

Junior-Entreprise de l'Institut d'Optique Graduate School

Rapport d'étude

Réf : 06 312 AFA/RE 01

RAPPORT OPTO SERVICES POUR L'ASSOCIATION FRANÇAISE **D'ASTRONOMIE**

Etude scientifique de la pollution lumineuse

Numéro d'édition	Date	Personne	Qualité	Travail effectué
2	Septembre 2007	William Magnaldo	Chef de projet / Vice- Président d'Opto Services	Révision du document, prise en compte des relectures
3	Octobre 2007	William Magnaldo	Chef de projet / Vice- Président d'Opto Services	Révision du document, prise en compte des relectures

OPTO SERVICES - Junior-Entreprise de l'Institut d'Optique Graduate School - Membre de la CNJE Institut d'Optique Graduate School - Campus Polytechnique - RD 128 91127 PALAISEAU Cedex - FRANCE

Tél. : +33 (0)1 64 53 32 49 - Courriel : <u>opto.services@institutoptique.fr</u> SIRET 348 758 269 000 32 - Code APE 913E

TVA Intracommunautaire : FR33348758269

Association régie par la loi 1901 - Les noms "Junior-Entreprise " et " J.E. " sont des marques protégées par la loi Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

Auteurs de ce document

Intervenants – Etudiants de l'Institut d'Optique Graduate School :

Julien Lozi

Adrien Bak

Edwin Azzam

Nicolas Ferachoglou

Guillaume Maucort

Damien Mayneris

Chef de projet – Etudiant de l'Institut d'Optique Graduate School :

Pierre-Louis Giscard

Soutien et expertise scientifique – Professeurs à l'Institut d'Optique Graduate School :

M. Meyzonnette

M. Lépine

Relecture – Vice-Président de l'Association Française d'Astronomie:

M. Midavaine

Introduction générale

Opto Services – Association Française d'Astronomie

Edwin Azzam, Adrien Bak, Nicolas Ferachoglou, Julien Lozi, Pierre-Louis Giscard, Guillaume Maucort, Damien Mayneris.

Avec le soutien et l'expertise de Jean-Louis Meyzonnette et Thierry Lepine Relecture Thierry Midavaine.

Introduction générale

Cette étude est la première d'un projet plus vaste avec l'Association Française d'Astronomie. Ce projet vise à la protection du ciel nocturne français à travers la création d'un label (d'un pavillon noir par exemple) qui pourra être décerné aux communes respectant une spécification technique d'éclairage déterminée par la présente étude. Il s'agit donc ici d'établir une spécification technique à respecter (se composant d'une liste de valeurs à respecter). Cette spécification technique est destinée en premier lieu aux maires et responsables ou élus de collectivités locales. Ils l'utiliseront dans leur processus d'appel d'offre, de passation de marchés et recettes pour l'acquisition d'un nouvel éclairage public. Le respect de cette spécification garantira à ceux-ci la qualité du ciel nocturne et la possibilité d'obtenir le label associé.

Afin d'établir cette spécification, il est nécessaire de disposer de grandeurs scientifiques mesurables dont les valeurs reflètent les besoins exprimés par l'Association Française d'Astronomie en matière de qualité de ciel nocturne. Ainsi nous présentons dans les deux premières parties de ce rapport, une analyse quantitative de la pollution lumineuse à travers une modélisation de celle-ci qui pourra être utilisée ultérieurement dans la suite des travaux.

Enfin nous avons réalisé un tour d'horizon en matière de normes et de recommandations portant sur l'éclairage public et la pollution lumineuse. Vous trouverez en annexe une partie des documents collectés à ce sujet.

Sommaire

Introduction générale	3
ETUDE QUANTITATIVE DE LA POLLUTION LUMINEUSE	5
Introduction	5
1 Glossaire	6
2 Modélisation de l'atmosphère	7
2.1 Modélisation de la luminance de ciel au zénith	7
2.1.2 Modélisation générale	11
2.1.3 Modèle de zone lumineuse polluante	11
2.1.4 Calcul de l'éclairement d'un élément d'atmosphère à l'altitude et à la vertical	e de
l'observateur	17
2.1.5 Calcul de la luminance zénithale parasite totale du fond de ciel	19
2.1.6 Rappel des étapes de calcul	21
2.2 Extension du modèle au calcul de la luminance de ciel dans une direction	
d'observation quelconque en restant dans le plan vertical contenant la ville et l'observa	teur
22	
2.3 Calcul de la luminance dans le cas général	26
2.4 Exemples de cartographie du fond de ciel	29
2.5 Améliorations possibles du modèle	33
2.6 Références bibliographiques	34
3 Traduction des besoins	35
3.1 Voir une étoile de magnitude 6 à 20°	35
3.2 Voir la Voie Lactée	38
4 Conclusion	39
	10
ETUDE VISUELLE DE LA POLLUTION LUMINEUSE	40
	40
1 Rappel et Hypotheses	41
2 Etoile de Magnitude 6	41
3 Voie Lactee	43
4 Mire de Foucault	45
5 Luminances maximales autorisées aboutissant à l'élaboration de	
specifications	46
6 Bibliographie	46
	17
LI UDE DIDLIUGRAFFIQUE DE LA FULLUTIUN LUMINEUSE	4/
1 La registration en vigueur	4/
2 Les activites et initiatives existantes	49
3 Conclusion generale	50

ETUDE QUANTITATIVE DE LA POLLUTION LUMINEUSE

Opto Services – Association Française d'Astronomie Julien LOZI

Introduction

La pollution lumineuse est devenue l'ennemi principal des astronomes professionnels et amateurs. Bien au-delà de ce cercle, c'est toute notre société qui est concernée par la perte de ce contact naturel avec notre environnement. Ainsi nos enfants ne connaissent plus, à l'œil nu, le ciel étoilé riche de milliers d'étoiles et la Voie Lactée. Depuis plusieurs années, des associations comme l'Association Nationale de Protection du Ciel Nocturne (ANPCN) et l'Association Française d'Astronomie (AFA) luttent pour réduire l'éclairage public.

Dans ce but, l'AFA, représentée par M. Thierry MIDAVAINE, a chargé OPTO Services, Junior-Entreprise de l'Institut d'Optique *Graduate School*, de réaliser une étude qui permettrait une caractérisation en termes scientifiques et de quantifier la pollution d'un site.

Cette partie présente d'une part la conception d'un modèle de diffusion atmosphérique, qui permet de caractériser l'influence sur la luminance du fond du ciel d'une source de lumière, et d'autre part la caractérisation en termes scientifiques de deux des trois besoins principaux énoncés par des astronomes amateurs et regroupés par l'AFA. À savoir que, au-delà d'une certaine distance d'une ville, toute personne doit pouvoir observer :

- La Voie Lactée

- Une étoile de magnitude 6 à 20° au-dessus de l'horizon.

Le but est donc de trouver les conditions assurant la visibilité à l'œil nu du niveau de la luminance moyenne pour la Voie Lactée et de l'éclairement au sol de l'étoile de magnitude 6 vis-à-vis du fond de ciel, dans des conditions standard de bonne transmission atmosphérique. Ces deux valeurs seront ensuite utilisées pour déterminer la luminance maximale du fond de ciel engendré par une ville que ces besoins autorisent. Cette partie est réalisée par M. Adrien BAK. Le modèle que j'ai réalisé permet alors de déterminer le flux maximal de la source qui engendrerait cette luminance parasite.

1 Glossaire

Toutes les grandeurs photométriques et les unités utilisées ici sont les grandeurs photo-visuelles. Elles correspondent au besoin de cette étude qui s'intéresse à l'impact sur la vision humaine. Les autres unités énergétiques et quantiques pourront, si nécessaire, être utilisées avec la définition des conversions entre les systèmes d'unités.

Flux lumineux : impression visuelle d'un observateur humain face à une source de lumière. L'unité est le lumen (Im).

Intensité lumineuse : densité de flux par unité d'angle solide. L'unité est la candela (cd).

Éclairement : densité de flux reçu par unité de surface. L'unité est le lux. Une étoile de magnitude 0 produit un éclairement hors atmosphère de 2,65.10⁻⁶ lux.

Luminance : la luminance est l'intensité lumineuse par unité de surface projetée normalement à la direction d'observation. L'unité est la candela par mètre carré (cd.m⁻²).

d : distance en kilomètres de la source à l'observateur (km).

h : hauteur en kilomètres de la couche d'atmosphère étudiée (km). L'origine est au niveau de la mer. *dh* : hauteur élémentaire de la couche d'atmosphère étudiée.

 θ' : angle entre l'horizon et le rayon provenant de la ville qui intercepte l'élément de la couche d'atmosphère étudiée (cf. Figure 1). Il varie de 0 à 180°.

 θ : angle entre le rayon provenant de la ville qui intercepte l'élément de la couche d'atmosphère étudiée et le rayon provenant de cette même couche qui va vers l'observateur (cf. Figure 2). Il varie de 180° à 0°.

 $\beta(h)$: coefficient de diffusion d'un certain type de particule (molécule ou aérosol). L'unité est l'inverse du kilomètre (km⁻¹).

 $P(\theta)$: fonction de phase de la particule (molécule ou aérosol), rapport entre son intensité et celle qu'elle aurait si elle diffusait uniformément dans l'espace. Sans unité.

E(h) : éclairement reçu par l'élément de la couche d'atmosphère étudiée.

dL(h) : luminance engendrée par l'éclairement de l'élément de cette couche d'atmosphère.

 $I(\varphi)$: fonction de répartition d'intensité d'une lampe. L'angle φ étant l'angle d'émission par rapport au nadir (verticale, vers le bas) donnée en cd.

 F_{tot} : flux total d'une lampe en Im

 ρ_0 : albédo moyen du sol compris entre 0 (noir) et 1 (blanc)

 $I(\theta)$: intensité totale de la source dans une direction donnée en cd.

z : distance au sol entre le lampadaire et l'observateur en mètres

2 Modélisation de l'atmosphère

2.1 Modélisation de la luminance de ciel au zénith

On considère qu'un ciel exceptionnellement sombre a une luminance au zénith de 2.10⁻⁴ cd.m⁻², soit 22,0 mag.arcsec⁻², et qu'un ciel de bonne qualité a une luminance au zénith de 4.10⁻⁴ cd.m⁻², soit 21,1 mag.arcsec⁻² (P. Cinzano, *Measuring and modeling light pollution*, 1999).

On veut déterminer l'effet que produit la pollution lumineuse d'une ville sur cette luminance, au zénith ou ailleurs, en considérant qu'elle ne doit pas dépasser un certain niveau L_{parasite, zénith}.

L'objectif de la traduction des expressions de besoins de l'Association Française d'Astronomie est de déterminer la luminance parasite à ne pas dépasser pour satisfaire ces besoins. Pour cela, nous avons conçu un modèle donnant la luminance de fond de ciel qu'engendre une source de pollution.

Dans ce modèle, l'atmosphère est découpée en strates de hauteur dh. La ville ou zone polluante émet avec une intensité qui dépend de l'angle θ' par rapport à l'horizontale. Il en résulte que l'élément de chaque couche d'atmosphère situé au-dessus de l'observateur (à son zénith) subit un éclairement E(d,h), avec d la distance horizontale de l'observateur à la source et h la hauteur de la couche considérée. Une partie de cet éclairement est diffuse, ce qui se traduit en luminance pour l'observateur. Enfin, il n'y a plus qu'à sommer les différentes contributions pour obtenir la luminance parasite sur le fond de ciel zénithal.



Figure 1 : Géométrie du modèle, abscisse dans le plan horizontal et ordonnée suivant la direction verticale depuis l'observateur

On s'est attaché à simuler les deux composantes principales de perturbations de l'atmosphère, à savoir les molécules et les aérosols. Comme on se place dans le visible, on ne tient compte que du phénomène de diffusion qui rentre en compte, car l'absorption atmosphérique est négligeable face à la diffusion dans le domaine visible.

Diffusion

Les modèles de diffusion des molécules et des aérosols sont tirés des références suivantes :

F. G. Smith, The Infrared & Electro-Optical Systems Handbook, Atmospheric propagation of radiation (Vol. 2).

E. J. McCartney, Optics of the Atmosphere : Scattering by molecules and particles (1976).

2.1.1.1 Diffusion des molécules

La diffusion par les molécules (ou diffusion de Rayleigh) est définie par un coefficient spectral dont la valeur à λ =550 nm (centre du visible) au sol est de l'ordre de (dans les conditions standard de pression et de température) :

$$\beta_{mol,550nm}(h=0) \cong 10^{-2} km^{-1}$$

La variation de $\beta_{mol}(\lambda)$ sur le visible est donnée par : $\beta_{mol}(\lambda) = \beta(0,55) \times (\frac{0,55}{\lambda})^4$

$$\beta_{mol}(h) = \beta_{mol}(0) \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)$$
 avec $h_{mol} \cong 8km$

On considère que les molécules diffusent avec une fonction de phase qui suit le modèle de la diffusion de Rayleigh :

$$P_{mol}(\theta) = \frac{3}{4} \left(1 + \cos^2(\theta) \right)$$

Représentation en coordonnées polaires de la fonction de phase (θ =0 correspond à la direction du faisceau d'éclairage, θ =180° à la rétroréflexion):



Scilab (c)INRIA-ENPC

Figure 2 : Représentation polaire de la fonction de phase des molécules

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

2.1.1.2 Diffusion des aérosols

La diffusion par les aérosols a été modélisée pour des conditions atmosphériques suffisamment favorables pour permettre l'observation des étoiles. Arbitrairement, la visibilité au sol a été fixée à 23 km (visibilité standard).

Donc
$$\beta_{a\acute{e}ro,550nm}(h=0) \cong \gamma_{a\acute{e}ro,550nm}(h=0) = \frac{3,91}{23km} = 0,17km^{-1}$$
 (Loi de Koschmieder)

$$\beta_{a\acute{e}ro}(h) = \beta_{a\acute{e}ro}(0) \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)$$
 avec $h_{a\acute{e}ro} \cong 0.8km$ (0.5 à 1km)

Les aérosols ne diffusant pas de manière isotrope, nous avons modélisé leur fonction de phase grâce au modèle d'Henyey-Greenstein :

$$P_{H-G}(\theta, g) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g\cos(\theta))^{3/2}} \text{ avec } g \in [0, 1[$$

Une seule fonction ne suffisant pas à représenter la diffusion dans toutes les directions (en particulier la direction arrière), nous avons défini la fonction de phase suivante, plus proche de la réalité, à partir de 2 modèles de Henyey-Greenstein :

$$P_{a\acute{e}ro}(\theta) = \frac{10}{11} \left(P_{H-G}(\theta, 0.8) + \frac{1}{10} P_{H-G}(\theta, -0.8) \right)$$

Suivant la définition d'une fonction de phase, cette fonction est normalisée, car son intégrale dans l'espace est égale à 4π . Elle est assez représentative du comportement angulaire d'aérosols courants (urbains, ou ruraux).

Représentation graphique de la fonction de phase des aérosols :



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Figure 3 : Représentation polaire de la fonction de phase des aérosols

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés. Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris Notre modélisation suppose que la source polluante est ponctuelle, située à la distance d de l'observateur qui regarde le zénith. On considère que les distances h et d sont données en km.

La luminance de θ chaque tranche d'atmosphère à l'altitude h et d'épaisseur dh à la verticale de l'observateur est : $P_{i} = (e_{i})E(e_{i})$

$$dL_{mol}(h) = \beta_{mol}(h) \frac{P_{mol}(\theta)E(h)}{4\pi} dh$$
$$dL_{a\acute{e}ro}(h) = \beta_{a\acute{e}ro}(h) \frac{P_{a\acute{e}ro}(\theta)E(h)}{4\pi} dh \quad \text{Attention, } \theta \text{ dépend de l'altitude h.}$$

Ou θ est l'angle entre la direction du faisceau lumineux (issu de la zone polluante) et le nadir :

$$\theta(h) = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{h}{d}\right) \qquad \cos(\theta) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{h}{d}\right)\right)$$

Donc
$$\cos(\theta) = -\frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}}$$

2.1.3 Modèle de zone lumineuse polluante

Notre modèle de zone polluante est un modèle très simplifié ne comprenant qu'un seul lampadaire.



Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

Nous avons paramétré le rayonnement angulaire de cet émetteur par la loi d'intensité suivante :

$$I(\varphi) = I_0 \left| \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)^n \right|$$
 Avec $n \cong 4$

Cette puissance est ajustable en fonction du modèle du lampadaire. En effet, les différents types de lampadaires ne rayonnent pas de la même manière au-dessus de l'horizon. Dans ce modèle, plus la puissance n est grande, plus le lampadaire est « bafflé ». Pour un lampadaire boule, on a n = 0.

$$F_{tot} = \int_{0}^{\pi} 2\pi I(\varphi) \sin(\varphi) d\varphi$$

Ftot étant le flux total de la lampe (donnés constructeurs)

Notre modèle fait intervenir l'éclairement E(h) par la zone polluante, des diverses couches d'atmosphère situées au-dessus de l'observateur. Ce calcul est l'objet du paragraphe 2.1.4. Pour parvenir à ce résultat, nous présentons dans le paragraphe 2.1.3 le calcul de l'intensité lumineuse de la zone polluante.

2.1.3.1 Calcul de I₀ en fonction du flux total

$$F_{tot} = 2\pi I_0 \int_0^{\pi} \cos^n \left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin(\varphi) d\varphi = 2\pi I_0 \int_0^{\pi} \left(\frac{\cos(\varphi) + 1}{2}\right)^{n/2} \sin(\varphi) d\varphi = -\frac{8\pi I_0}{n+2} \left[\left(\frac{\cos(\varphi) + 1}{2}\right)^{n+2/2}\right]_0^{\pi}$$

Donc $F_{tot} = \frac{8\pi I_0}{n+2}$ et $I_0 = \frac{n+2}{8\pi} F_{tot}$

2.1.3.2 Portions de flux respectivement dirigées vers le haut et vers le bas

Soit F_1 et F_2 les flux du lampadaire respectivement dirigés vers le haut et vers le bas.

$$F_{1} = 2\pi I_{0} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^{n}\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin(\varphi) d\varphi \text{ soit } F_{1} = \frac{F_{tot}}{2^{\frac{n}{2}+1}}$$
Pour n=4, $\frac{F_{1}}{F_{tot}} = 12,5\%$

Représentation graphique de F_1/F_{tot} en fonction de n :



Comme vérification, on retrouve le fait que pour n=0 (lampadaire boule) 50% du flux est émis vers le haut, et 50% vers le bas.

De même,
$$F_2 = 2\pi I_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin(\varphi) d\varphi$$

2.1.3.3 Calcul de l'éclairement au sol produit par le lampadaire

À titre indicatif, on a déterminé l'éclairement au sol produit par le lampadaire utilisé dans le modèle. On appelle h_{lamp} la hauteur du lampadaire en mètres, z la distance au sol entre le lampadaire et l'observateur en mètres, et E_{lamp} l'éclairement au sol de celui-ci. On a donc :

$$E_{lamp}(z, h_{lamp}) = \frac{n+2}{8\pi} F_{tot} \left| \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right|^n \frac{1}{h_{lamp}^2 + z^2}, \text{ avec } \varphi = \arctan\left(\frac{z}{h_{lamp}}\right)$$

Représentation graphique de E_{lamp}/F_{tot} (m⁻²) pour h_{lamp} = 10 m, z entre 0 et 20 m, et n entre 0 et 8 variant de bas en haut.



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Figure 6 : Représentation graphique de E_{lamp}/F_{tot} (m⁻²) pour h_{lamp} = 10 m, z entre 0 et 20 m, et n entre 0 et 8 variant de bas en haut, par pas de 1

2.1.3.4 Calcul de l'intensité renvoyée par le sol

Nous avons supposé que le sol est un diffuseur lambertien. On a donc $\rho(\phi') = \rho_0$, soit $\rho(\theta') = \rho_0$

D'après le paragraphe précédent, on trouve que le flux qui va vers le bas est le suivant :

$$F_{2} = F_{tot} \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{n}{2}+1}} \right)$$

Il en découle qu'après réflexion sur le sol lambertien l'intensité du sol est :

$$I_{sol}(\theta') = \rho_0 \frac{F_2}{\pi} \sin(\theta'), \text{ donc } I_{sol}(\theta') = \rho_0 \frac{F_{tot}}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{n}{2}+1}} \right) \sin(\theta')$$

On pourra par la suite affiner le modèle pour tenir compte d'éventuels obstacles (murs, arbres...) qui auront pour effets de réduire les émissions aux faibles inclinaisons.

2.1.3.5 Intensité globale de la zone polluante

L'intensité globale de la zone polluante est la somme de deux termes :

- Le rayonnement direct du lampadaire
- Le rayonnement provenant de la diffusion par le sol (source secondaire) d'albédo ρ_0 (pris égal à 0,1)

$$I(\theta') = I_0 \cos^n \left(\frac{\theta'}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + \rho_0 \frac{F_2}{\pi} \sin(\theta') = I_0 \left(\frac{\cos\left(\theta' + \frac{\pi}{2}\right) + 1}{2}\right)^{n/2} + \rho_0 \frac{F_2}{\pi} \sin(\theta')$$
$$= I_0 \left(\frac{1 - \sin(\theta')}{2}\right)^{n/2} + \rho_0 \frac{F_2}{\pi} \sin(\theta')$$
$$\text{Donc } I(\theta') = \frac{n+2}{8\pi} F_{tot} \left(\frac{1 - \sin(\theta')}{2}\right)^{n/2} + \rho_0 \frac{F_{tot}}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2^{\frac{n}{2}+1}}\right) \sin(\theta')$$

Ainsi
$$I(\theta') = \frac{F_{tot}}{4\pi 2^{\frac{n}{2}}} \left[\left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(1 - \sin(\theta')\right)^{\frac{n}{2}} + 2\rho_0 \left(2^{\frac{n}{2}+1} - 1\right) \sin(\theta') \right]$$

Ici, $\sin(\theta') = -\cos(\theta) = \frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}}$

Cas n = 4 et sol lambertien :
$$I(\theta') = \frac{3F_{tot}}{16\pi} \left[1 + \left(\frac{14}{3}\rho_0 - 2\right) \sin(\theta') + \sin^2(\theta') \right]$$

En bleu la contribution directe du lampadaire, en vert la contribution de ce qui est réémis par le sol, et en rouge la somme des deux pour un lampadaire de type n=4. Tracer le diagramme pour n=0, 2, 4, 6, et 8.





$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2 + h^2} \exp\left(-\int_{0}^{\sqrt{d^2 + h^2}} \beta_{mol}(z) dz - \int_{0}^{\sqrt{d^2 + h^2}} \beta_{a\acute{e}ro}(z) dz\right)$$

Le coefficient 10⁻⁶ provient du fait que les distances sont en kilomètres et non en mètres.

Or
$$\beta_{mol}(z) = \beta_{mol}(0) \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right) = \beta_{mol}(0) \exp\left(-\frac{z\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{h_{mol}}\right) = \beta_{mol}(0) \exp\left(\frac{z\cos(\theta)}{h_{mol}}\right)$$

De même avec les aérosols : $\beta_{a\acute{e}ro}(z) = \beta_{a\acute{e}ro}(0) \exp\left(\frac{z\cos(\theta)}{h_{a\acute{e}ro}}\right)$

Donc

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2 + h^2} \exp\left(-\beta_{mol}(0) \frac{h_{mol}}{\cos(\theta)} \left[\exp\left(\frac{z\cos(\theta)}{h_{mol}}\right)\right]_0^{\sqrt{d^2 + h^2}} - \beta_{a\acute{e}ro}(0) \frac{h_{a\acute{e}ro}}{\cos(\theta)} \left[\exp\left(\frac{z\cos(\theta)}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]_0^{\sqrt{d^2 + h^2}}\right)$$

Donc

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2 + h^2} \exp\left(-\beta_{mol}(0)\frac{h_{mol}\sqrt{d^2 + h^2}}{h} \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] - \beta_{a\acute{e}ro}(0)\frac{h_{a\acute{e}ro}\sqrt{d^2 + h^2}}{h} \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]$$

Soit

$$E(h,d) = \frac{I(\theta) \times 10^{-6}}{d^2 + h^2} \exp\left(-\frac{\sqrt{d^2 + h^2}}{h} \left[\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] + \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]\right)$$

Et pour h=0 :

$$E(0,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2} \exp\left(-d\left[\beta_{mol}(0) + \beta_{a\acute{e}ro}(0)\right]\right)$$

La figure 8 ci-dessous présente la variation de E(h,d), dans le cas où n=4. L'abscisse est l'altitude h (km), l'ordonnée le rapport E/F_{tot} (m⁻²). Les courbes sont calculées pour d variant entre 5 et 15km (de haut en bas), par pas de 1 km



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Figure 8 : Représentation graphique de l'éclairement. En abscisse la hauteur h (km) et en ordonnée le rapport E/F_{tot} (m⁻²) (n=4 ici), les courbes sont calculées pour d variant entre 5 et 15km (de haut en bas), par pas de 1 km

2.1.5 Calcul de la luminance zénithale parasite totale du fond de ciel

Par diffusion de la lumière polluante, la tranche (épaisseur dh d'atmosphère située à l'altitude h) diffuse vers l'observateur avec une luminance élémentaire :

$$dL_{pollution}(h,d) = (\beta_{mol}(h)P_{mol}(h,d) + \beta_{a\acute{e}ro}(h)P_{a\acute{e}ro}(h,d))\frac{E(h,d)}{4\pi}dh$$

La figure 9 représente la luminance initiale en diffusion de chaque couche d'atmosphère par kilomètre d'épaisseur, en fonction de l'altitude h de la couche considérée, pour plusieurs distances de l'observateur à la source de lumière polluante. Cette luminance est calculée pour un flux total du luminaire égal à 1 lumen.

Les courbes sont calculées pour des distances d variant de 5 à 15km (de haut en bas).



Figure 9 : Courbe de dL/dh (m⁻².sr⁻¹.km⁻¹) en fonction de la hauteur h (km). Les courbes sont calculées pour des distances d variant de 5 à 15km (de haut en bas), par pas de 1 km

Au niveau de l'observateur, cette luminance est réduite par la transmission atmosphérique sur le parcours et devient :

$$dL'_{pollution,obs}(h,d) = dL_{pollution}(h,d) \exp\left(-\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] - \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right)$$

Il en résulte que la luminance apparente du ciel par diffusion au-dessus de l'observateur est :

$$L_{pollution}(d) = \int_{0}^{\infty} dL'_{pollution,obs}(h,d)$$

La figure 10 montre les valeurs de la luminance parasite apparente de l'atmosphère à la verticale de l'observateur, intégrée depuis le sol jusqu'à une altitude H, là aussi pour un luminaire de flux total égal à 1 lm. Les distances de l'observateur à la zone polluante vont de 5 à 15 km, par pas de 1 km.



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Figure 10 : Courbe de L_{pollution} (cd.m⁻²) en fonction de l'épaisseur H (km) d'atmosphère prise en compte pour d'variant de 5 à 15 km (de haut en bas), par pas de 1 km

Donc, pour une source de 1 lm, la luminance zénithale du ciel vaut, en fonction de d la distance de l'observateur :

d (km)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
L (10 ⁻¹² cd.m ⁻²)	4.17	2.91	2.13	1.61	1.25	0.987	0.796	0.653	0.542	0.455	0.386

2.1.6 Rappel des étapes de calcul

1ère étape : calcul du sinus :

$$\sin(\theta') = -\cos(\theta) = \frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}}$$

2ème étape : calcul de l'intensité de la source (cas n=4) :

$$I(\theta') = \frac{3F_{tot}}{16\pi} \left[1 + \left(\frac{14}{3}\rho_0 - 2\right)\sin(\theta') + \sin^2(\theta') \right]$$

3ème étape : calcul de l'éclairement de chaque couche :

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(-\frac{1}{\sin(\theta')} \left[\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] + \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]\right)$$

Et pour h=0 : $E(0,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2} \exp(-d[\beta_{mol}(0) + \beta_{a\acute{e}ro}(0)])$

4ème étape : calcul des fonctions de phase :

$$P_{H-G}(\theta',g) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{(1+g^2+2g\sin(\theta'))^{3/2}} \text{ avec } g \in [0,1[$$

$$P_{a\acute{e}ro}(\theta) = \frac{10}{11} \left(P_{H-G}(\theta,0.8) + \frac{1}{10} P_{H-G}(\theta,-0.8) \right)$$

$$\text{et } P_{mol}(\theta') = \frac{3}{4} (1+\sin^2(\theta'))$$

5ème étape : calcul de chaque partie de luminance :

$$\frac{dL_{pollution}(h,d)}{dh} = (\beta_{mol}(h)P_{mol}(\theta') + \beta_{a\acute{e}ro}(h)P_{a\acute{e}ro}(\theta'))\frac{E(h,d)}{4\pi}$$

6ème étape : calcul de ces luminances au niveau de l'observateur :

$$\frac{dL_{pollution,obs}(h,d)}{dh} = \frac{dL_{pollution}(h,d)}{dh} \exp\left(-\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] - \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right)$$

7ème étape : calcul de la luminance du fond du ciel, en faisant une somme sur les h :

$$L_{pollution}(d) = \int_{0}^{\infty} dL_{pollution,obs}(h,d) = \frac{\Delta h}{2} \left(dL(h(1),d) - dL(h(N),d) + 2\sum_{i=2}^{N} dL(h(i),d) \right), \quad \Delta h = \frac{h(N)}{N-1}$$

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

2.2 Extension du modèle au calcul de la luminance de ciel dans une direction d'observation quelconque en restant dans le plan vertical contenant la ville et l'observateur

On appelle α l'angle entre la direction d'observation et le plan horizontal.



Figure 11 : Géométrie du modèle, abscisse dans le plan horizontal et ordonnée suivant la direction verticale depuis l'observateur.

La modification apportée au calcul précédent ici est le fait qu'on n'a plus
$$\sin(\theta') = -\cos(\theta) = \frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}}$$
.

Il faut donc calculer :
$$\theta' = \arctan\left(\frac{h}{d - z\cos(\alpha)}\right) = \arctan\left(\frac{h}{d - \frac{h}{\tan(\alpha)}}\right)$$

Donc
$$\sin(\theta') = \frac{\frac{h}{d - \frac{h}{\tan(\alpha)}}}{\sqrt{\left(\frac{h}{d - \frac{h}{\tan(\alpha)}}\right)^2} + 1}}$$
, soit $\sin(\theta') = \left(1 + \left(\frac{d}{h} - \frac{1}{\tan(\alpha)}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés. Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris L'intensité de la source est la même que précédemment :

$$I(\theta') = \frac{F_{tot}}{4\pi 2^{\frac{n}{2}}} \left[\left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(1 - \sin(\theta')\right)^{\frac{n}{2}} + 2\rho_0 \left(2^{\frac{n}{2}+1} - 1\right) \sin(\theta') \right]$$

En ce qui concerne le calcul de l'éclairement des couches successives de l'atmosphère, on obtient :

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(-\int_{0}^{\frac{h}{\sin(\theta')}} \beta_{mol}(z) dz - \int_{0}^{\frac{h}{\sin(\theta')}} \beta_{a\acute{e}ro}(z) dz\right)$$

Donc

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(\beta_{mol}(0) \frac{h_{mol}}{\sin(\theta')} \left[\exp\left(-\frac{z\sin(\theta')}{h_{mol}}\right)\right]_0^{\frac{h}{\sin(\theta')}} + \beta_{a\acute{e}ro}(0) \frac{h_{a\acute{e}ro}}{\sin(\theta')} \left[\exp\left(-\frac{z\sin(\theta')}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]_0^{\frac{h}{\sin(\theta')}}$$

Donc

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(-\beta_{mol}(0) \frac{h_{mol}}{\sin(\theta')} \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] - \beta_{a\acute{e}ro}(0) \frac{h_{a\acute{e}ro}}{\sin(\theta')} \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right)$$

Soit

$$\frac{E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(-\frac{1}{\sin(\theta')} \left[\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] + \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]$$

Et pour h=0 :
$$E(0,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2} \exp(-d[\beta_{mol}(0) + \beta_{a\acute{e}ro}(0)])$$

Calcul des fonctions de phase :

On a : $\theta = \alpha + \theta'$

$$\cos(\theta) = \cos(\alpha + \theta') = \cos(\alpha)\cos(\theta') - \sin(\alpha)\sin(\theta') = \sin(\alpha)\sin(\theta') \left(\frac{1}{\tan(\alpha)\tan(\theta')} - 1\right)$$
$$= \sin(\alpha)\sin(\theta') \left(\frac{1}{\tan(\alpha)}\frac{d - \frac{h}{\tan(\alpha)}}{h} - 1\right)$$
$$Donc\left[\cos(\theta) = \sin(\alpha)\sin(\theta') \left(\frac{1}{\tan(\alpha)}\frac{d}{h} - \frac{1}{\tan^2(\alpha)} - 1\right)\right]$$

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

Calcul des composantes de luminance :

$$\frac{dL_{pollution}(h,d)}{dh} = (\beta_{mol}(h)P_{mol}(\theta) + \beta_{a\acute{e}ro}(h)P_{a\acute{e}ro}(\theta))\frac{E(h,d)}{4\pi}$$

Au niveau de l'observateur :

$$\frac{dL_{pollution,obs}(h,d)}{dh} = \frac{dL_{pollution}(h,d)}{dh} \exp\left(-\frac{1}{\sin(\alpha)}\left[\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] + \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]\right)$$

Et enfin calcul de la luminance résultante :

$$L_{pollution}(d) = \int_{0}^{\infty} dL_{pollution,obs}(h,d) = \frac{\Delta h}{2} \left(dL(h(1),d) - dL(h(N),d) + 2\sum_{i=2}^{N} dL(h(i),d) \right), \ \Delta h = \frac{h(N)}{N-1}$$

La figure 12 représente la luminance parasite du ciel pour une source d'un lumen (de 1.0 lm) à une distance d = 10km, en fonction de l'angle α entre la direction d'observation et la plan horizontal (entre 2 et 178°). L'échelle est logarithmique, ce qui fait que par exemple le -12 correspond à 10⁻¹² cd.m⁻². On remarque un maximum local à l'opposé de la source : cela est dû à la rétro diffusion des aérosols. *Tracer la courbe pour d = 5, 10 et 15km.*



Figure 12 : Courbe de la luminance pour une source d'un lumen (de 1.0 lm) à une distance d = 10km, en fonction de l'angle de la direction d'observation par rapport à l'horizontale (entre 2 et 178°)

2.3 Calcul de la luminance dans le cas général

Dans ce paragraphe, on considère que l'observation du ciel s'effectue dans une direction quelconque, donnée par un angle d'azimut β et un angle d'élévation α . On considère que la source est à un azimut β_{source} , à une distance d (le schéma prend β = 0). L'observateur est au centre du schéma.



Figure 13 : Géométrie du modèle, l'observateur est au centre du schéma

On a toujours
$$z = \frac{h}{\sin(\alpha)}$$

 $\theta' = \arctan\left(\frac{h}{u}\right)$
Or $u = \sqrt{d^2 + v^2 - 2dv\cos(\beta - \beta_{source})} = \sqrt{d^2 + \frac{h^2}{\tan^2(\alpha)} - 2dh\frac{\cos(\beta - \beta_{source})}{\tan(\alpha)}}$

Donc après simplification :

$$\sin(\theta') = \left(1 + \frac{1}{\tan^2(\alpha)} - 2\frac{d}{h}\frac{\cos(\beta - \beta_{source})}{\tan(\alpha)} + \frac{d^2}{h^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

On reprend l'expression de l'intensité de la source donnée plus haut (§ 2.1.3.5) :

$$I(\theta') = \frac{F_{tot}}{4\pi 2^{\frac{n}{2}}} \left[\left(\frac{n}{2} + 1 \right) (1 - \sin(\theta'))^{n/2} + 2\rho_0 \left(2^{\frac{n}{2}+1} - 1 \right) \sin(\theta') \right]$$

Calcul de l'éclairement d'une couche d'altitude h, à distance d :

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(-\int_{0}^{h} \beta_{mol}(z) dz - \int_{0}^{h} \beta_{a\acute{e}ro}(z) dz\right)$$

Soit

$$E(h,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6} \sin^2(\theta')}{h^2} \exp\left(-\frac{1}{\sin(\theta')} \left[\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] + \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]\right)$$

Et pour h=0 :
$$E(0,d) = \frac{I(\theta') \times 10^{-6}}{d^2} \exp(-d[\beta_{mol}(0) + \beta_{a\ell ro}(0)])$$

Calcul des fonctions de phase pour les directions de diffusion concernées :

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta) = \frac{z^2 + {z'}^2 - d^2}{2zz'} = \frac{h^2 \left(\frac{1}{\sin^2(\alpha)} + \frac{1}{\sin^2(\theta')}\right) - d^2}{2\frac{h^2}{\sin(\alpha)\sin(\theta')}}$$

Donc
$$\cos(\theta) = -\frac{\sin(\alpha)\sin(\theta')}{2} \left(\frac{1}{\sin^2(\alpha)} + \frac{1}{\sin^2(\theta')} - \frac{d^2}{h^2}\right)$$

$$P_{H-G}(\theta,g) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{(1+g^2-2g\cos(\theta))^{3/2}} \text{ avec } g \in [0,1[$$

$$P_{a\acute{e}ro}(\theta) = \frac{10}{11} \left(P_{H-G}(\theta, 0.8) + \frac{1}{10} P_{H-G}(\theta, -0.8) \right) \quad \text{Et } P_{mol}(\theta) = \frac{3}{4} \left(1 + \cos^2(\theta) \right)$$

Calcul de la luminance élémentaire initiale d'une tranche à l'altitude h par unité d'épaisseur, en direction de l'observateur :

$$\frac{dL_{pollution}(h,d)}{dh} = (\beta_{mol}(h)P_{mol}(\theta) + \beta_{a\acute{e}ro}(h)P_{a\acute{e}ro}(\theta))\frac{E(h,d)}{4\pi}$$

/

Calcul de cette contribution au niveau de l'observateur :

$$\frac{dL_{pollution,obs}(h,d)}{dh} = \frac{dL_{pollution}(h,d)}{dh} \exp\left(-\frac{1}{\sin(\alpha)}\left[\beta_{mol}(0)h_{mol}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right)\right] + \beta_{a\acute{e}ro}(0)h_{a\acute{e}ro}\left[1 - \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}ro}}\right)\right]\right]\right)$$

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

Et enfin calcul de la luminance de ciel résultante :

$$L_{pollution}(d) = \int_{0}^{\infty} dL_{pollution,obs}(h,d) = \frac{\Delta h}{2} \left(dL(h(1),d) - dL(h(N),d) + 2\sum_{i=2}^{N} dL(h(i),d) \right), \ \Delta h = \frac{h(N)}{N-1}$$

2.4 Exemples de cartographie du fond de ciel

Sur les images ci-dessous, l'échelle des teintes est logarithmique, i.e. -9 correspond à 10⁻9 cd.m⁻². Nous rappelons qu'il s'agit d'une représentation plane d'une demi sphère, l'azimut (axe des abscisses) variant de -180° à 180° et l'élévation (axe des ordonnées) de 0 à 90°.

VERSION COULEURS : ≻

Exemple de calcul : pour un flux de 10000 lumens à 10 km, pour : Un lampadaire boule (n = 0):







Un lampadaire plus optimisé (n = 10) :



> VERSION NOIR & BLANC :

Exemple de calcul : pour un flux de 10000 lumens à 10 km, pour : Un lampadaire boule (n = 0) :



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Un lampadaire classique (n = 4):



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Un lampadaire plus optimisé (n = 10) :



Scilab (c)INRIA-ENPC.

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés. Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

> VERSION COULEUR :

Variation en fonction de la distance d'observation : source de 10000 lumens, n = 4 d = 5 km



d = 10 km

d = 15 km

Scilab (c)INRIA-ENPC



Scilab (c)INRIA-ENPC



Scilab (c)INRIA-ENPC

> VERSION NOIR & BLANC :

Variation en fonction de la distance d'observation : source de 10000 lumens, n = 4 d = 5 km



d = 10 km

Scilab (c)INRIA-ENPC



Scilab (c)INRIA-ENPC





2.5 Améliorations possibles du modèle

Il est possible de rentrer directement la fonction d'intensité de la source, sans passer par la modélisation proposée.

On peut aussi rentrer la fonction qui donne la valeur de $\beta_{mol}(0)$ en fonction de l'altitude du lieu

d'observation. On peut aussi affiner les hauteurs caractéristiques des fonctions $\beta(h)$ pour les molécules et les aérosols.

On peut rentrer directement les fonctions de phases des aérosols.

Pour obtenir l'influence d'une source plus étendue comme une ville, il faut calculer l'influence de chaque lampadaire et faire une sommation. Pour cela, il faut disposer d'une puissance de calcul assez importante, surtout pour la cartographie de la pollution lumineuse.

Exemple : Cas de deux sources polluantes de même puissance, une à la distance d = 10 km et β = 30°, et l'autre à d = 15 km et β = -15°



> VERSION COULEUR :

> VERSION NOIR & BLANC :



Scilab (c)INRIA-ENPC

2.6 Références bibliographiques

Allen C.W., Astrophysical Quantities, Second Edition, The Athelone Press, University of London, London England page 191

P. Cinzano, Measuring and modeling light pollution, 1999

F. G. Smith, The Infrared & Electro-Optical Systems Handbook, Atmospheric propagation of radiation (Vol. 2).

E. J. McCartney, Optics of the Atmosphere : Scattering by molecules and particles (1976).

3 Traduction des besoins

3.1 Visibilité d'une étoile de magnitude 6 à 20° au dessus de l'horizon

Utilisation du modèle d'atmosphère pour la traduction du besoin exprimé par l'AFA, de « voir une étoile de magnitude 6 à 20° »



Figure 14 : Traduction du besoin de voir une étoile de magnitude 6 à 20 $^\circ$

On utilise la formule suivante pour obtenir l'éclairement d'une étoile de magnitude m_v en dehors de l'atmosphère :

$$m_v = -2.5 \log_{10} \left(\frac{E_v}{E_{v0}} \right)$$
 avec $E_{v0} = 2.65.10^{-6} lux$ soit $E_v = E_{v0}.10^{-\frac{m_v}{2.5}}$

On doit ensuite savoir quel est l'éclairement résultant au niveau de l'observateur :

$$F(z+dz) = F(z) - dF_d(z) \text{ avec } dF_d(z) = \beta(z)F(z)dz$$

Or ici, $z = \frac{h}{\sin(\alpha)}$ et $dz = \frac{dh}{\sin(\alpha)}$

Donc
$$F_{obs} = F_{ext} \exp\left(-\int_{0}^{\infty} \beta_{mol}(z) dz\right) \exp\left(-\int_{0}^{\infty} \beta_{a\acute{e}rosols}(z) dz\right)$$

$$\beta_{mol}(z) = \beta_{mol}(0) \exp\left(-\frac{h}{h_{mol}}\right) = \beta_{mol}(0) \exp\left(-\frac{z\sin(\alpha)}{h_{mol}}\right) \text{ avec } h_{mol} \cong 8km$$

$$\beta_{a\acute{e}rosols}(z) = \beta_{a\acute{e}rosols}(0) \exp\left(-\frac{h}{h_{a\acute{e}rosols}}\right) = \beta_{a\acute{e}rosols}(0) \exp\left(-\frac{z\sin(\alpha)}{h_{a\acute{e}rosols}}\right) \text{ avec } h_{a\acute{e}rosols} \cong 0,8km$$

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris On a :

$$\int_{0}^{\infty} \beta_{mol}(z) dz = \beta_{mol}(0) \int_{0}^{\infty} \exp\left(-\frac{z\sin(\alpha)}{h_{mol}}\right) dz = -\beta_{mol}(0) \frac{h_{mol}}{\sin(\alpha)} \left[\exp\left(-\frac{z\sin(\alpha)}{h_{mol}}\right)\right]_{0}^{\infty}$$

Soit:
$$\int_{0}^{\infty} \beta_{mol}(z) dz = \beta_{mol}(0) \frac{h_{mol}}{\sin(\alpha)}$$

De même,
$$\int_{0}^{\infty} \beta_{a\acute{e}rosols}(z) dz = \beta_{a\acute{e}rosols}(0) \frac{h_{a\acute{e}rosols}}{\sin(\alpha)}$$

$$F_{obs} = F_{ext} \exp\left(-\beta_{mol}(0) \frac{h_{mol}}{\sin(\alpha)} - \beta_{a\acute{e}rosols}(0) \frac{h_{a\acute{e}rosols}}{\sin(\alpha)}\right)$$

Et en éclairement, on a :

$$E_{obs} = E_{ext} \exp\left(-\beta_{mol}\left(0\right)\frac{h_{mol}}{\sin(\alpha)} - \beta_{a\acute{e}rosols}\left(0\right)\frac{h_{a\acute{e}rosols}}{\sin(\alpha)}\right)$$

Numériquement, on trouve : Pour $\alpha = 20^{\circ}$, $E_{_{obs}} = 0.5318.E_{ext}$

Soit pour une étoile de magnitude 6, observée à 20° au-dessus de l'horizon :

$$E = 5,61.10^{-9} lux$$

1 0.9 0.8 0.7 0.6 0.5 0.4 0.3 0.2 ∟ 10 20 30 70 80 40 60 90 50 α Scilab (c)INRIA-ENPC

Transmission atmosphérique moyenne dans le visible





Figure 16 : Eclairement (lux) au sol pour des étoiles de magnitudes comprises entre 5 et 7, et pour des angles entre 20° et 90° (de bas en haut, avec un pas de 10°)

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

3.2 Voir la Voie Lactée

La Voie Lactée est un objet plus complexe à caractériser. En effet, celle-ci correspond à une galaxie vue par la tranche depuis l'intérieur de celle-ci. Donc sur Terre, on voit une bande lumineuse plus ou moins dense, qui encercle le ciel nocturne.

D'après la documentation fournie par M. MIDAVAINE (Allen, Astrophysical Quantities, 1976)), la luminance de la Voie Lactée dans le plan de la galaxie est :

$$L_{VL} = 2,3.10^{-4} \, cd.m^{-2}$$

Donc dans l'atmosphère, avec le facteur de transmission atmosphérique supplémentaire, on obtient le graphique suivant de luminance (cd.m⁻²) en fonction de l'angle en élévation :



Luminance de la voie lactée

Cette valeur s'ajoute à la luminance naturelle du fond de ciel, dont la valeur est également donnée dans ce document :

$$L_{ciel_naturel} = 2, 1.10^{-4} cd.m^{-2}$$

Pour une élévation de 15° de hauteur, cette valeur est de :

$$L_{ciel_naturel} = 2,8.10^{-4} cd.m^{-2}$$

On pourra utiliser celle-ci pour caractériser le fond de ciel dans le précédent besoin de l'étoile de magnitude 6.

Conclusion 4

On dispose donc maintenant de tous les outils pour définir les conditions dans lesquelles une ville permet de satisfaire les besoins exprimés par l'AFA à une distance donnée de la source polluante.

ETUDE VISUELLE DE LA POLLUTION LUMINEUSE

Opto Services – Association Française d'Astronomie Adrien BAK

Introduction

Le problème de la pollution visuelle devient de plus en plus présent, et ce, à plus d'un titre. En effet, la pollution lumineuse (qu'elle soit due à un éclairage urbain public ou privé) peut avoir un impact écologique (désorientation des oiseaux migrateurs), un impact psychologique (l'augmentation de la luminosité du paysage incitant les conducteurs a augmenter leur vitesse de nuit) et, ce qui nous intéresse en premier lieu, un impact important sur l'observation astronomique.

L'Association Française d'Astronomie (représentée par M. Midavaine) nous a mandatés par le biais d'Opto Services pour traduire trois considérations visuelles permettant de rendre compte de l'impact de la pollution lumineuse sur l'observation des astres.

Tout d'abord, un observateur expérimenté doit pouvoir discerner une étoile de magnitude 6 à 20° au-dessus de l'horizon. Un enfant doit ensuite pouvoir distinguer la Voie Lactée en bordure de ville. Finalement, et ce qui présente probablement le plus de potentiel en termes de caractérisation d'un ciel, nous nous sommes pechés sur la détectabilité de petits détails pseudo-périodiques noirs sur un fond de ciel.

Dans ce document, nous nous attachons à traiter ces trois problèmes, en commençant par poser quelques hypothèses simplificatrices nécessaires et par un bref rappel concernant la perception.

1 Rappel et Hypothèses

Compte tenu des conditions d'observations astronomiques standards, on se place d'emblée dans le cadre de la perception scotopique. On rappelle que la vision scotopique est due aux bâtonnets (par opposition à la vision diurne et colorée qui est due aux cônes). L'acuité visuelle scotopique est maximale dans la zone de la rétine appelée para-fovéale, c'est à dire décalée d'environ 2° de l'axe optique.

La vision scotopique est de plus basse résolution que la vision photopique et N&B dans la bande spectrale de réponse des bâtonnets. On considérera dans cette étude que les sujets et les observateurs sont corrigés de la myopie nocturne. De plus on considérera un observateur parfait (emmétrope, non daltonien et en bonne santé), habitué aux observations astronomiques.

Le critère 2 fait intervenir un enfant, cette hypothèse n'est pas gênante. En effet, l'étendue angulaire de la voie lactée n'impose pas une utilisation consciente de la para-fovéa qui se trouve toujours éclairée.

2 Étoile de Magnitude 6

Il s'agit ici de rendre compte de la capacité d'un sujet à observer un objet ponctuel, produisant un éclairement E, sur un fond supposé uniforme, de luminance constante L.

Nous savons que l'éclairement d'une étoile en fonction de sa magnitude *visuelle* est donné en fonction de l'éclairement visuel E_v qu'elle procure au niveau de la terre par :

$$m_{\nu} = -2.5 \log(\frac{E_{\nu}}{E_0})$$

Où $E_0 = 2.65.10^{-6} hx$ est une valeur calibrée pour une étoile de magnitude V = 0.

L'éclairement visuel donné par une étoile de magnitude visuelle V = 6 est donc : de $E_6 = 1.05 \cdot 10^{-8}$ lux

Comme nous l'avons vu précédemment la transmission atmosphérique pour une visée à 20° conduit à un éclairement apparent de :

$$E_{\nu} = 5.6 \cdot 10^{-9} lux$$

Suite aux expérimentations de Langmuir et Westendorp (1931), Green (1935) et Knoll, Toussey et Hulburt (1946), Hecht a extrapolé une loi empirique permettant de calculer l'éclairement seuil d'une source ponctuelle pour qu'elle soit perçue sur un fond uniforme de Luminance L. C'est ce résultat que nous avons exploité ici :

$$E_{\text{seuil}} = a\left(1 + \sqrt{(bL)}\right)$$

Où a et b sont des coefficients qui dépendent du domaine visuel dans lequel on se place. En vision scotopique, ces paramètres ont les valeurs suivantes :

$$a=1,5.10^{-9} lux$$

 $b=4000 cd^{-1} m^{2}$

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés.

Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien

On reporte donc sur le graphique suivant le logarithme de l'éclairement seuil en fonction du logarithme de la luminance du fond.



luminance du fond

Donc pour observer une étoile de magnitude visuelle 6 à 20° au-dessus de l'horizon, la luminance du fond ne doit pas dépasser la valeur de :

$$L_{\rm max} = 6,3.10^{-4} \, cd.m^{-2}$$

N.B. : On considère habituellement qu'un ciel est de bonne qualité lorsque sa luminance n'excède pas $4.10^{-4} cd.m^{-2}$. Cette valeur rend donc bien compte des observations et du fait communément admis qu'une étoile de magnitude 6 est la limite d'observation à l'oeil nu.

E seuil vs Log L

Voie Lactée 3

Nous nous plaçons maintenant dans un cas légèrement différent. On ne considère plus un observateur adulte et habitué mais un enfant (on a déjà vu que cela n'apportait pas de limitations particulières). Mais surtout, on ne considère plus une source ponctuelle mais une source étendue et aux contours assez mal définis. Dès lors, on ne peut plus considérer l'impact de l'effet Mach (plus grande sensibilité aux zones de contours bien marqués).

Pour pouvoir distinguer la Voie Lactée du fond de ciel, nous avons considéré que l'écart relatif entre les luminances de fond et de la voie lactée doit être supérieur à 20%. Cette valeur peut paraître importante, mais semble cependant raisonnable par le fait qu'on se situe en vision scotopique et en l'absence de bords nets (absence d'effet Mach).

On rappelle qu'en vision photopique et avec un objet à bords nets, le seuil de contraste est de 2%.

D'après le document de M. Lozi, la luminance apparente de la Voie Lactée sur un ciel de Luminance L peut s'exprimer par :

Au zénith :
$$L_{VL} = L_{ciel} + 1,9.10^{-4}$$

À 45° : $L_{VL} = L_{ciel} + 1,7.10^{-4}$
À 20° : $L_{VL} = L_{ciel} + 1,2.10^{-4}$

Le graphique suivant représente l'écart relatif entre la luminance de la voie lactée et celle du fond de ciel en fonction de la luminance du fond de ciel, au zénith, à 45° et à 20° (de haut en bas).



Ecart relatif Vs Log(Lciel)

Figure 19 : Ecart relatif entre la luminance de la voie lactée et celle du fond de ciel en fonction de la luminance du fond de ciel, au zénith, à 45° et à 20° (de haut en bas)

Faites Confiance aux Ingénieurs de Demain

On peut donc considérer que la Voie Lactée sera visible dès que la luminance du ciel sera inférieure à environ :

Au zénith :
$$L_{ciel} = 7,4.10^{-4} cd.m^{-2}$$

À 45° : $L_{ciel} = 6,8.10^{-4} cd.m^{-2}$
À 20° : $L_{ciel} = 4,9.10^{-4} cd.m^{-2}$

À ces valeurs, il faudra retrancher la luminance naturelle du fond de ciel, qui est explicitée dans la partie 5 de ce document.

Mire de Foucault

4

Ce dernier critère est le fruit d'une observation de Charles Fabry qui a constaté que, de son bureau, les plus petites branches d'un arbre sont plus ou moins visibles suivant la luminance du ciel.

On peut considérer que la luminance des branches est nulle, et on assimile ces motifs à une mire de Foucault dont les bandes sombres sont les branches et les bandes claires le ciel. L'intérêt de ce raisonnement est qu'il nous permet de définir un moyen de mesure et d'évaluation du ciel nocturne, ce que nous verrons par la suite.

On considère donc la mire de Foucault définie précédemment. Le contraste de cette mire est donc unitaire (car la luminance des traits sombres est nulle).

Danjon (1928) et Shlaer (1937) ont étudié ce phénomène, et ont montré qu'un observateur peut encore détecter la présence de stries d'une mire si le pas angulaire p, le contraste C et la luminance moyenne L de la mire satisfont à la relation ci-dessous. Les résultats de Danjon peuvent être représentés par la formule empirique :

$$p = 71 + \frac{1}{8.10^{-4} + (C+0,07)(0,033\log_{10}L+0,04)}$$

Où p est le pas du réseau le plus fin détectable.

Si on considère les résultats des paragraphes précédents, cette limite est de :

$$p(L=6,3.10^{-4})=56'$$

Ce raisonnement doit permettre de définir un protocole expérimental ainsi qu'un moyen d'évaluer la qualité du ciel de manière totalement indépendante des compétences d'observateurs d'un sujet. La dégradation de la fonction de transfert de l'oeil peut être aisément mesurée à l'aide d'un instrument qui d'une part, présente une optique permettant de s'affranchir des problèmes d'incertitudes liés à l'accommodation (objet à l'infini), et, d'autre part d'une mire de Foucault à pas variable. La mire de plus faible donnant une information directe sur la qualité d'une observation et sur la luminance du ciel observé.

5 Luminances maximales autorisées aboutissant à l'élaboration de spécifications

Aux valeurs de luminances trouvées dans les parties 2 et 3, il faut soustraire la luminance du fond de ciel naturel, donnée par le document de M. Lozi :

Au zénith :
$$L_{ciel_naturel} = 2,1.10^{-4} cd.m^{-2}$$

A 15° : $L_{ciel_naturel} = 2,8.10^{-4} cd.m^{-2}$

En supposant que la luminance du fond de ciel naturel suit une évolution en 1/sin(hauteur), comme la masse d'air, alors on peut déterminer la luminance naturelle du fond de ciel :

$$A_{20^\circ}: L_{ciel_naturel} = 2,6.10^{-4} cd.m^{-2}$$

 $A_{45^\circ}: L_{ciel_naturel} = 2,2.10^{-4} cd.m^{-2}$

On trouve donc que pour voir une étoile de magnitude 6 à 20°, la luminance parasite due à la pollution lumineuse ne doit pas dépasser :

$$L_{\rm max} = 3,7.10^{-4} \, cd.m^{-2}$$

De même, pour voir la Voie Lactée, on ne doit pas dépasser les valeurs suivantes, dépendantes de la hauteur à partir de laquelle on veut pouvoir l'observer :

Au zénith :
$$L_{\text{max}} = 5,3.10^{-4} cd.m^{-2}$$

À 45° : $L_{\text{max}} = 4,6.10^{-4} cd.m^{-2}$
À 20° : $L_{\text{max}} = 2,3.10^{-4} cd.m^{-2}$

6 Bibliographie

- O Yves LeGrand Optique Physiologique Tome 3 (Editions de la Revue d'Optique) 1956
- Charles Fabry et Albert Arnulf Vision dans les Instruments (Editions de la revue d'Optique) – 1937
- O Danjon Réunions de l'Institut d'Optique (1932)
- O Jean Lorenceau Perception Visuelle (support de cours)

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA POLLUTION LUMINEUSE

444

Opto Services – Association Française d'Astronomie

Guillaume Maucort, Nicolas Ferachoglou, Damien Mayneris, Edwin Azzam

Introduction

Dans l'optique d'une éventuelle création d'entreprise dont l'activité serait axée sur l'optimisation des parcs d'éclairage public dans le cadre des réductions des consommations d'énergie et de la préservation du ciel nocturne, nous avons réalisé une étude bibliographique assez complète.

Cette étude comprend plusieurs axes de recherche : nous nous sommes d'abord renseignés sur la législation actuelle en matière de pollution lumineuse, puis ensuite sur les activités existantes dans le domaine c'est-à-dire quelles entreprises effectuent des mesures d'éclairage, avec quels moyens techniques.

La législation en vigueur 1

De toutes les études que nous avons effectuées, aucune n'a montré de norme s'appuyant sur un travail scientifique sérieux qui mettrait en relation les émissions de lumière parasite et leurs répercussions dans le fond de ciel. Nous n'avons trouvé que des documents à caractère qualitatif ou partiellement quantitatifs (comme la norme européenne), quand il ne s'agit pas que de simples recommandations. La liste suivante, qui se veut relativement complète, décrit les principales sources de renseignements que nous avons examinées, au niveau européen en premier lieu et aussi au niveau mondial.

1.1 La norme européenne P13201

Cette norme décomposée en quatre parties donne une description très complète de tous les systèmes d'éclairage public. Elle comprend une classification exhaustive de ces différents systèmes d'éclairage, une modélisation très précise de ceux-ci et donne, après les avoirs calculés, des abaques des performances photométriques légales à respecter. La dernière partie expose un protocole de mesure de ces performances, tenant compte des nombreux paramètres définis dans la partie de calcul (Partie 3).

Les intitulés des guatre parties sont énumérés ci-dessous :

- Partie 1 : Sélection des classes d'éclairage
- Partie 2 : Prescriptions de performances
- Partie 3 : Calcul de performances

Partie 4 : Méthodes de mesures des performances photométriques des installations

Cette norme pourra être exploitée pour améliorer la modélisation du lampadaire, pour trouver des valeurs chiffrées de performances à respecter, et peut-être aussi pour trouver une solution technique de mesure. Cependant elle ne cherche pas à quantifier les émissions de lumière parasite dans le ciel.

1.2 Le programme européen Greenlight

Concernant le programme européen Greenlight lancé en février 2000, il s'agit d'une démarche fondée sur le volontariat. Il vise à réduire les consommations d'énergie liée à l'éclairage non

Tous droits de reproduction et d'utilisation réservés. Document rédigé par Julien Lozi, Adrien Bak, Edwin Azzam, Nicolas Ferachoglou, Guillaume Maucort, Damien Mayneris

résidentiel, public ou privée. Ce programme vise un meilleur rendement afin de diminuer les coûts tout en conservant la même qualité d'éclairage voir en l'améliorant. Le danger de ce programme est qu'il prévoit donc d'éclairer mieux dans le sens éclairer plus ce qui va à l'encontre de notre démarche qui vise un éclairage plus discret. L'ADEME est chargée de l'application de ce programme en France (voir annexe). Pour le moment, ce programme ne prévoit aucune diminution de la pollution lumineuse. Même si l'ADEME prétend à en croire nos recherches travailler sur le sujet. Il faut être vigilant concernant ce programme car l'argument « économies d'énergie » ne sera pas suffisant pour convaincre les municipalités à éclairer moins. Par contre, puisque ce programme s'inscrit dans le cadre du développement durable et vise à préserver l'environnement en réalisant d'importantes économies d'énergie, peut-être est-il possible d'y ajouter la prise en compte de la dimension « pollution lumineuse » et de convaincre les responsables à sensibiliser les acteurs du projet à ce problème.

1.3 La loi Tchèque sur la qualité de l'atmosphère

Concernant la loi Tchèque sur la qualité de l'atmosphère, il apparaît qu'elle traite en grande partie des problèmes liés a la qualité de l'air et très peu de la pollution lumineuse. Les seules allusions qui y sont faites ne décrivent pas de termes qualitatifs précis et donc seules de vagues recommandations y sont faites, les mesures étant laissées au soin des autorités locales. Cette loi ne nous a donc pas permis d'avancer sur une éventuelle quantification de la pollution lumineuse. Du fait de sa taille imposante (70 pages en anglais) et de son caractère sans grand intérêt, elle n'est pas jointe en annexe.

1.4 La réglementation au Canada

Depuis 2005 il existe un projet de réglementation réalisé au Canada. Il a été suscité à cause des problèmes rencontrés par l'observatoire du Mont-Megantic qui en 20 ans a vu le ciel dans sa région se dégrader terriblement, ayant un impact très négatif sur les recherches (Voir annexe). Là encore cette réglementation n'est pas restrictive et est appliquée selon un consensus. Le document est cependant assez bien fait ; après avoir défini la pollution lumineuse et les besoins qu'elle suscite aujourd'hui, il présente une étude des performances des différents types d'éclairages et de luminaires et propose une norme fondée sur un calcul point par point. Le projet de norme présente des chiffres qui peuvent nous aider dans la suite...

2 Les activités et initiatives existantes

Nous allons dans cette partie énumérer les organismes, entreprises ou laboratoires qui exercent une activité liée à la réduction des émissions de lumière parasite. Nous détaillerons, guand cela sera possible, leur protocole de mesure.

2.1 Solutions de Photolux

Cette société a réalisé un logiciel permettant, à partir d'une photo prise par un appareil calibré, d'établir une carte de luminance de l'environnement extérieur. Cet appareil nous permettrait de mesurer avec précision la luminance qu'un observateur extérieur verrait depuis un point éloigné de la ville. Voir annexe pour plus de détails

2.2 Solutions du LCPC : Laboratoire de l'Ecole des Ponts et Chaussées

Le LCPC développe ainsi des outils de calcul et de visualisation qui sont utilisés dans des applications liées à la sécurité routière : études de visibilité routière, dimensionnement d'installations d'éclairage, etc. Il a ainsi développé un vidéophotomètre qui pourrait être utile dans la mesure d'éclairage en agglomération.

2.3 L'ADEME : Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie

L'ADEME, organisme public chargé de la maîtrise de l'énergie, effectue couramment des diagnostics d'éclairage auprès des municipalités. Ce diagnostic très vaste comprend notamment, en option, des mesures d'éclairement réalisées au luxmètre placé dans un camion laboratoire mobile. Ce luxmètre capte le flux reçu au sol au niveau de la route et permet ainsi d'obtenir des profils d'éclairement le long d'une rue.

Sinon l'ADEME réalise aussi sur demande des mesures d'éclairement ou de luminance en différents points « stratégiques » de la commune.

Voir annexe pour le cahier des charges complet et le protocole.

Parallèlement l'ADEME dispense une formation intitulée « Maîtrise de la demande d'électricité en éclairage public 2007 » qui vise notamment à sensibiliser au problème de la pollution lumineuse, à exposer les bases générales de la photométrie, puis à expliquer les recommandations de l'AFE (Association Française de l'Eclairage) en matière d'éclairage

2.4 L'AFE : Association Française de l'Eclairage

L'AFE a récemment publié un livret de recommandations, destiné aux éclairagistes en premier lieu, aux acteurs municipaux et aux installateurs, dans le but d'améliorer la qualité de l'éclairage urbain. Ce livret, que nous avons eu en main pendant quelques jours, contient de nombreux renseignements quantitatifs sur les performances des systèmes d'éclairage actuels. Son intérêt réside dans le fait qu'il est une interprétation simplifiée de la norme européenne P13201 et qu'il donne des critères plus pratiques que celle-ci. Cependant il ne peut être tenu comme référence compte tenu du parti pris de ses rédacteurs : industriels de l'éclairage pour la plupart.

2.5 VIALIS, INEO (filiale de SUEZ)

Ces deux entreprises réalisent aussi un diagnostic d'éclairage, mais nous n'avons pas trouvé leur protocole de mesure.

2.6 Une piste de recherche

Le chercheur canadien Martin Aubé travaille depuis longtemps sur les problèmes de pollution lumineuse en parallèle avec une association de ciel noir qu'il a créée. Il a actuellement produit un protocole et un appareil de mesure de la pollution lumineuse, cependant, ses calculs et équations, examinés sommairement par M. Meyzonette, semblent entachés d'erreurs élémentaires, ce qui met son travail en doute. Cette personne pourrait néanmoins s'avérer utile dans la deuxième partie de l'étude concernant la réalisation d'un appareil de mesures.

3 Conclusion générale

Suite à cette étude nous disposons désormais d'un outil scientifique adapté à une évaluation quantitative de la pollution lumineuse. Les outils que nous avons développés pourront servir par la suite à modéliser des agglomérations et à prévoir les résultats sur le terrain. Nous espérons que cette assise scientifique donnera un poids et une portée supplémentaire aux actions entreprises par l'AFA et quelle permettra ainsi de sauvegarder notre ciel nocturne.