

LA VITESSE DE LIBÉRATION

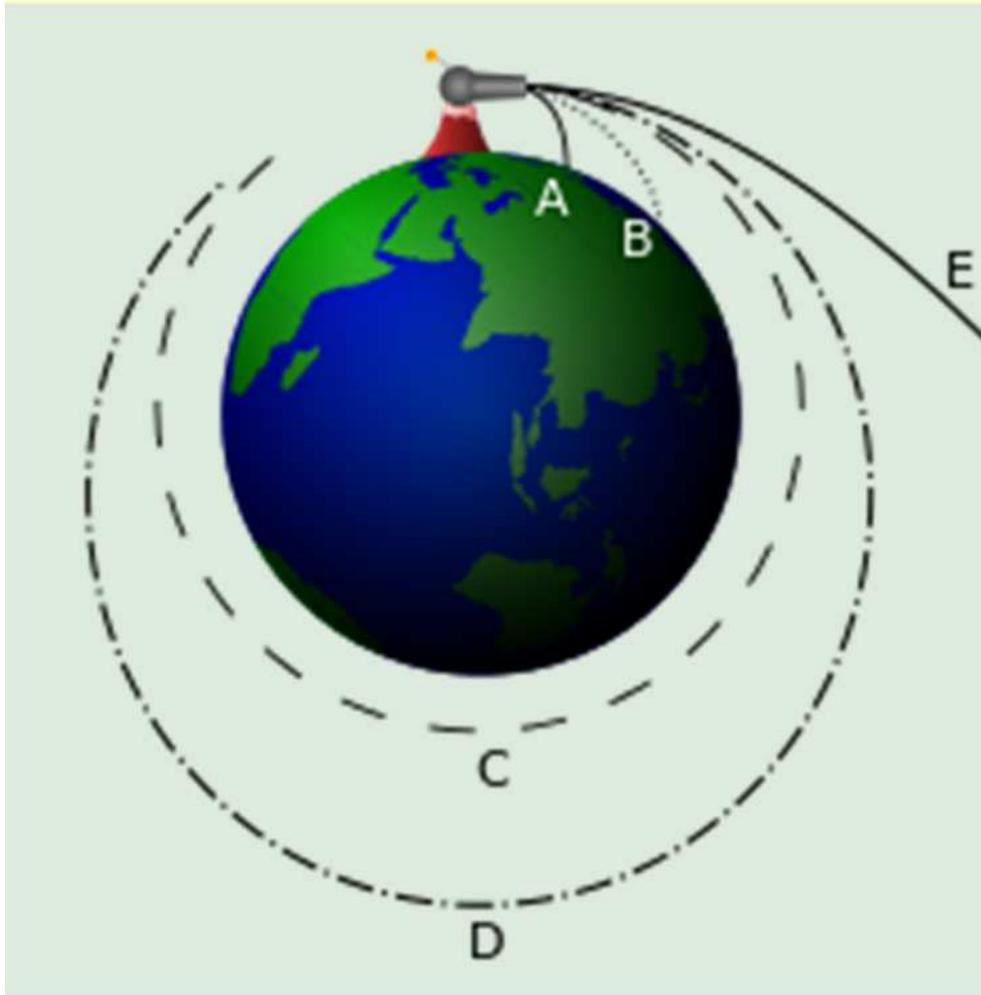
L'ASTRO...MAIS C'EST
TRÈS SIMPLE



E-MAIL

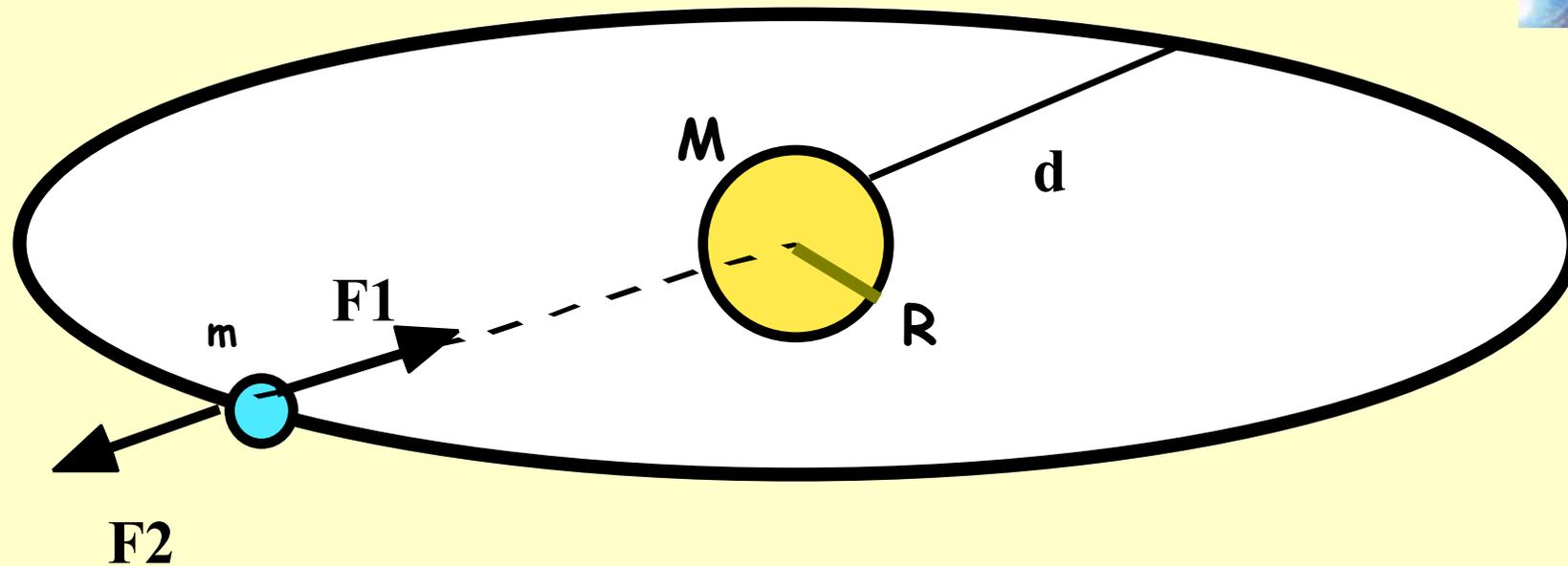
Par Jean-Pierre MARTIN
jpm@planetastronomy.com

LE CONCEPT DE VITESSE DE LIBÉRATION EN ASTRONOMIE

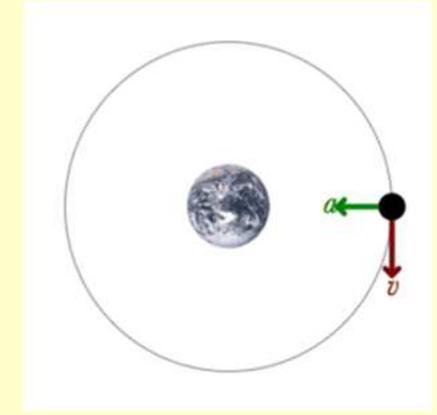
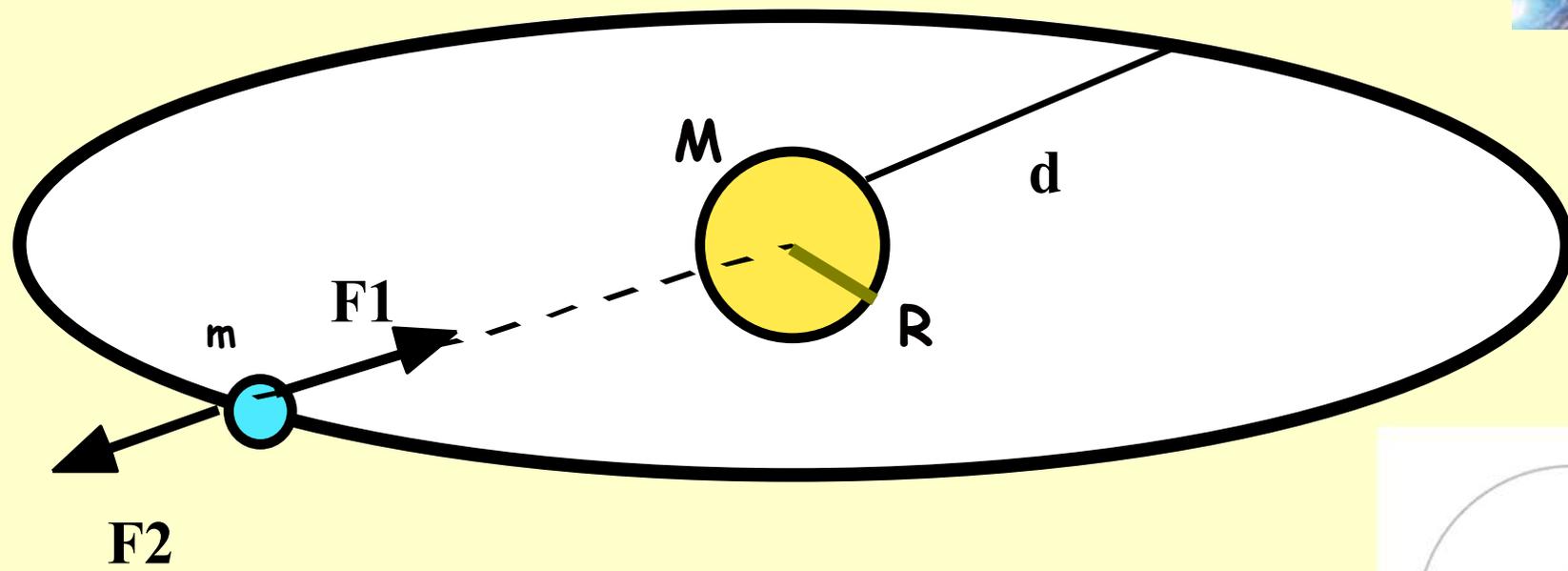


© Jean-Pierre MARTIN www.planetastron.com

- * Le concept de vitesse de libération d'un corps soumis à l'attraction gravitationnelle d'un autre corps est fondamental en astronomie, car il est lié au phénomène des orbites spatiales, au fait que certaines planètes ont perdu leur atmosphère, et même au concept (très ancien d'ailleurs) de trou noir.
- * Il faut tout d'abord nous rafraîchir la mémoire mathématique avec certains rappels de physique de Terminale.



- * Un corps (Terre, lune etc..) de masse m tourne autour d'un autre corps de rayon R de masse M (Soleil, Terre, etc) à la distance d sur une trajectoire supposée circulaire en équilibre sous l'action de deux forces :
- * F_1 : Force de gravitation universelle (attraction)
- * F_2 : Force centrifuge due à la rotation (répulsion)



$$F_1 = \frac{GmM}{(R+d)^2} = F_2 = \frac{mV^2}{(R+d)}$$

CES 2 FORCES S'ÉQUILIBRENT

★ En égalisant les deux termes, on peut en déduire la vitesse du corps en orbite :

$$V^2 = \frac{GM}{R+d}$$

★ On peut définir V_0 la vitesse au ras des pâquerettes soit pour $d=0$, on a donc

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

- * La vitesse orbitale peut s'écrire maintenant :

$$V = V_0 \sqrt{\frac{R}{R + r}}$$



- * Que remarque-t-on de cette formule : la vitesse orbitale ne dépend pas de la masse du corps en orbite, c'est fondamental.
- * On remarquera que la vitesse minimale pour rester en orbite autour de M est la vitesse à l'altitude zéro ($r=0$) soit V_0 . C'est ce qu'on appelle la vitesse de satellisation, c'est la vitesse minimale que doit atteindre un satellite pour quitter la Terre afin de se mettre en orbite par exemple.

ET LA TERRE !

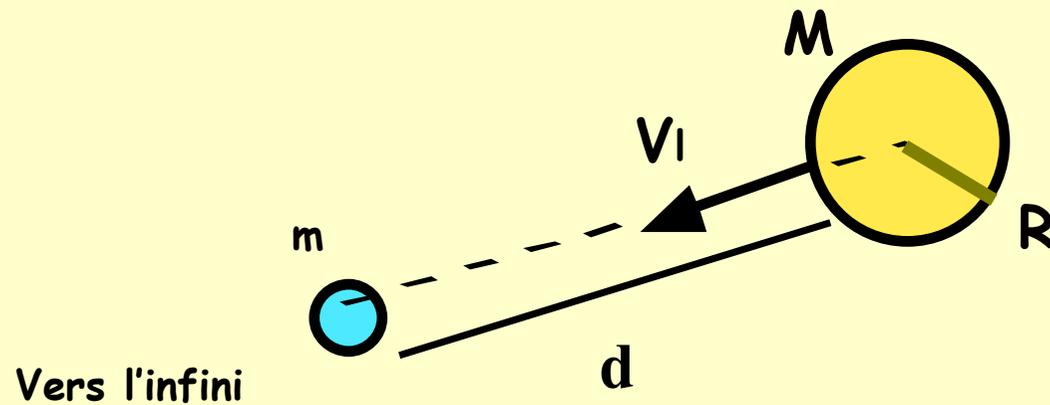


- * On sait que
- * $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
 $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ et $R = 6400 \text{ km}$
 d'où
 $V_0 = 7,9 \text{ km/s}$
 (approx 28500 km/h)
- * C'est la vitesse de l'ISS
 autour de la Terre.
- * Cette vitesse décroît bien
 sûr avec l'altitude, elle est
 par exemple de 3 km/s pour
 une orbite géostationnaire
 (36.000km).

PEUT-ON S'ÉCHAPPER DE LA TERRE?

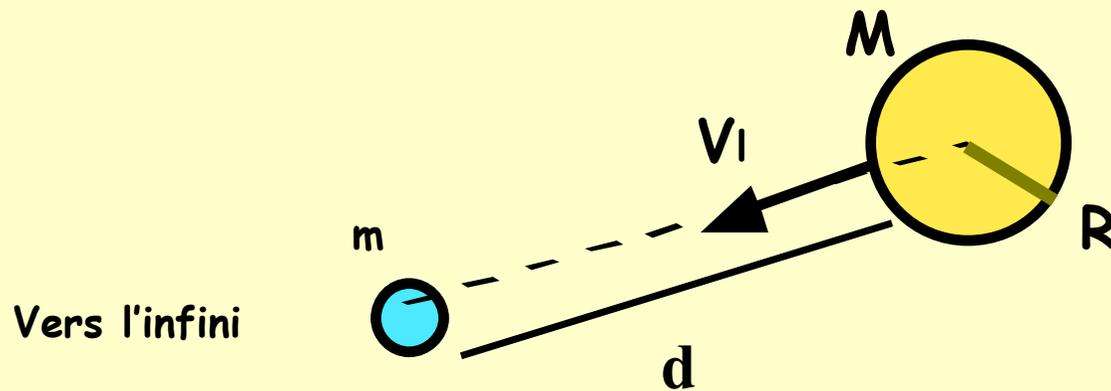


- * On ne veut plus mettre un satellite en orbite mais le faire **quitter la Terre**.
- * Quelle vitesse minimale faudrait-il donc communiquer à un satellite comme Voyager, pour qu'il quitte l'attraction terrestre pour toujours?
- * Il faut, pour résoudre ce problème faire intervenir la notion de **conservation d'énergie**.
- * Reconsidérons notre figure d'une des pages précédentes.



- ★ Il y a donc une grande loi en physique c'est la **conservation de l'énergie**.
- ★ Notre corps m quitte la Terre avec la vitesse de libération mini V_l nécessaire pour échapper à son attraction.
- ★ Les sommes des énergies potentielles et cinétiques de m au départ et à l'arrivée (à l'infini) doivent se conserver (être identiques)

- ★ Quelques rappels (douloureux pour certains) :
- ★ Travail d'une Force : on veut déplacer un objet sur une distance d avec F
- ★ Travail $W = F \cdot d$
- ★ On appelle **énergie potentielle** le travail d'une force pour passer d'un point A à un point B (indépendamment du chemin pour aller de A en B) mais par convention avec un signe négatif
- ★ Notre lanceur à la surface de la Terre possède une énergie potentielle de :
$$E_p = - G.M.m/R^2 \times R = - G.M.m/R$$
- ★ L'énergie cinétique est bien connue :
$$E_c = \frac{1}{2} mV^2$$
- ★ Reprenons



★ Au départ de la Terre :

★ $E_c = \frac{1}{2} mV_i^2$ $E_p = - GMm/R$

★ À l'infini : le bilan énergétique est nul

★ $E_c = 0$ car $V=0$, c'est la vitesse minimale pour quitter la Terre, m arrive avec une vitesse nulle

$E_p = - GMm/(R+d)$ mais à l'infini d est très grand, donc $1/(R+d)$ est nul = 0

★ Donc : $\frac{1}{2} mV_i^2 = GMm/R$ et $V_i^2 = 2GM/R$

★ Et la vitesse de libération minimale pour quitter la Terre de masse M (ou tout autre astre) est en remarquant que la vitesse de satellisation est :

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

★ On trouve V_l au niveau du sol terrestre

$$V_l = V_0 \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

★ Un corps en orbite à la surface de M ($r=0$) doit avoir une énergie cinétique :

$$\frac{1}{2} mV^2$$

★ Elle doit être au moins égale à l'énergie produite par le travail de la Force de gravitation passant de R à l'infini, que l'on écrit mathématiquement sous la forme suivante :

$$\int_R^{\infty} F \cdot dr = \int_R^{\infty} \frac{G M m}{(R + r)^2} = G \frac{M m}{R + r}$$

★ Cette dernière expression doit être égale à l'énergie cinétique pour la vitesse minimale V_l qui permet d'échapper à l'attraction de M (s'appelle vitesse de libération de l'astre M , "escape velocity" en anglais) On en déduit :

$$V_l = \sqrt{\frac{2GM}{R+d}} = \sqrt{\frac{2GMR}{(R+d)R}}$$

★ soit

$$V_l = V_0 \sqrt{2} \sqrt{\frac{R}{R+d}}$$

REMARQUES

- * Que remarque-t-on là encore : bien entendu, cette vitesse ne dépend pas de la masse du corps à envoyer dans l'espace, mais aussi, ne dépend QUE de la distance au centre de la planète autour de laquelle il orbite ($R+d$) et non pas de la distance au Soleil par exemple, intéressant n'est ce pas!
- * La vitesse de libération à partir du sol de l'astre M pour $r=0$ donne la vitesse de libération minimale nécessaire qui est toujours pour tous les astres $\sqrt{2}$ fois plus grande que la vitesse orbitale.

$$V_l = V_0 \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$



Départ de Voyager
Titan 3E /Centaur
48m 960 t de poussée

★ Pour la Terre cela donne le chiffre bien connu de

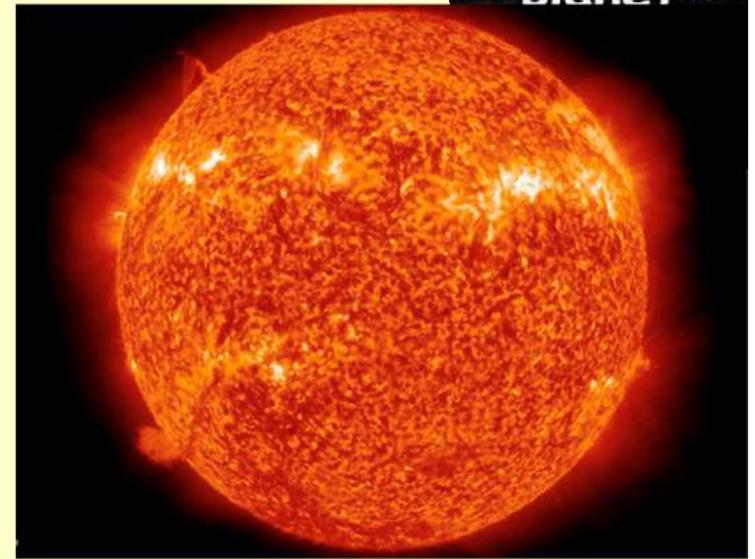
★ $V_{lib} (Terre) = 11,2 \text{ km/s}$

★ Il est intéressant à partir de maintenant de voir comment varie cette vitesse de libération pour différents corps du système solaire : ci joint Tableau I :

★ Mais avant un petit exercice

- ★ Quelle serait la vitesse de libération à la surface du Soleil?
- ★ Avec $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- ★ $M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ $R = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$
- ★ D'après la formule précédente:

$$V_{\text{soleil}} = 617 \text{ km/s}$$
- ★ On peut calculer les différentes vitesses en fonction des différents corps.



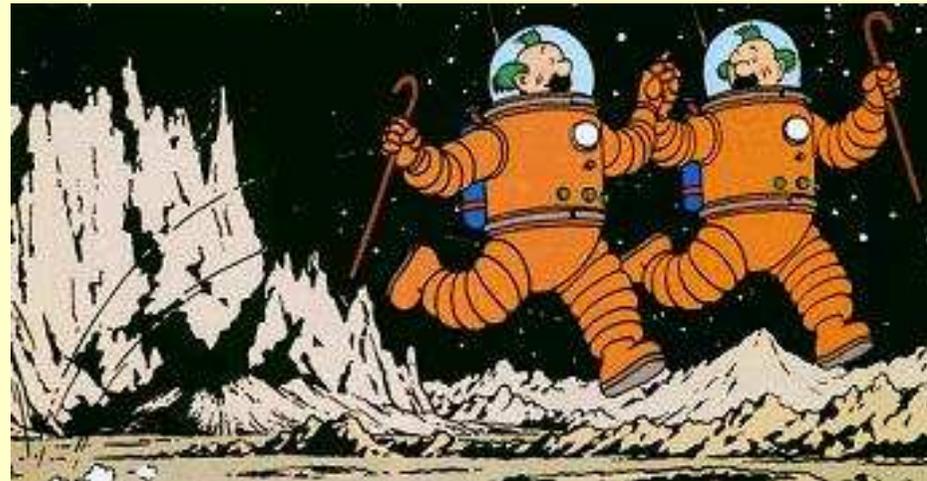
CORPS	MASSE (10 ²⁴ kg)	Rayon (km)	Vit. Libér. (km/s)
Mercure	0,33	2440	4,2
Venus	4,9	6050	10,40
Terre	6	6400	11,2
Lune	0,074	1740	2,4
Mars	0,65	3400	5,05
Phobos	10 ⁻⁸	Approx 25	0,007 (25km/h!)
Jupiter	1900	71.400	59,6
Saturne	570	60.000	35,5
Titan	0,14	2400	2,4
Uranus	87	25.560	21,3
Neptune	105	24.800	23,8
Pluton	0,012	1.150	1,2?
Ceres	0,001	Approx 490	0,5
Eros	50 10 ⁻¹⁰	Approx 30	0,005 (18km/h!)
Soleil	2 10 ⁶	7 10 ⁵	617
Corps masse = Soleil	2 10 ⁶	3	300.000!!!! = c!!!!
Soleil pour quitter la Galaxie (en orbite à 220km/s = V ₀)	10 ¹⁶ (10 ³⁰ kg approx)	25.000 AL	Approx 300km/s (racine de 2 x V ₀)

- ★ La sonde New Horizons pour explorer Pluton nécessitait une énorme vitesse pour arriver rapidement à Pluton
- ★ Sa vitesse au moment du survol : **14 km/s!!**
- ★ Une puissante Atlas V et assistance gravitationnelle



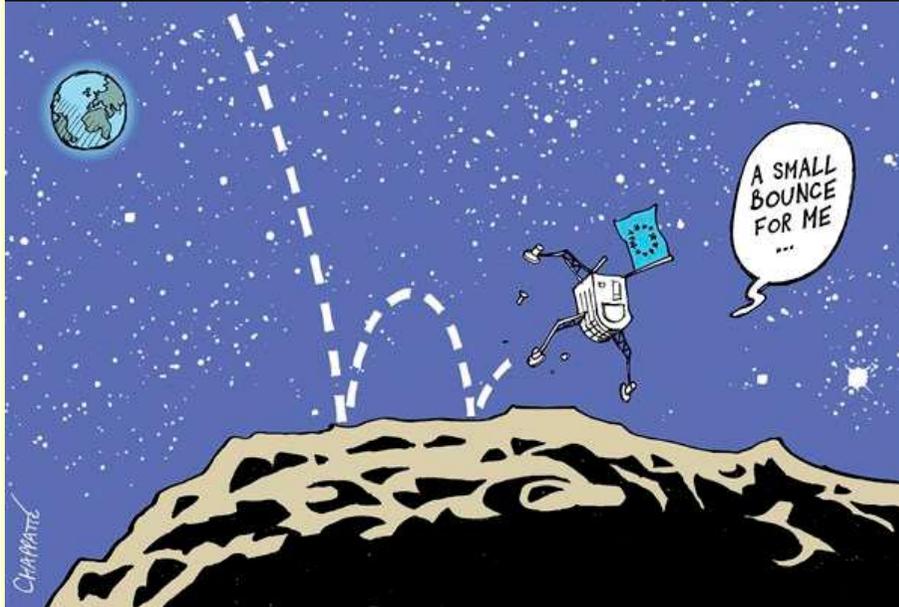
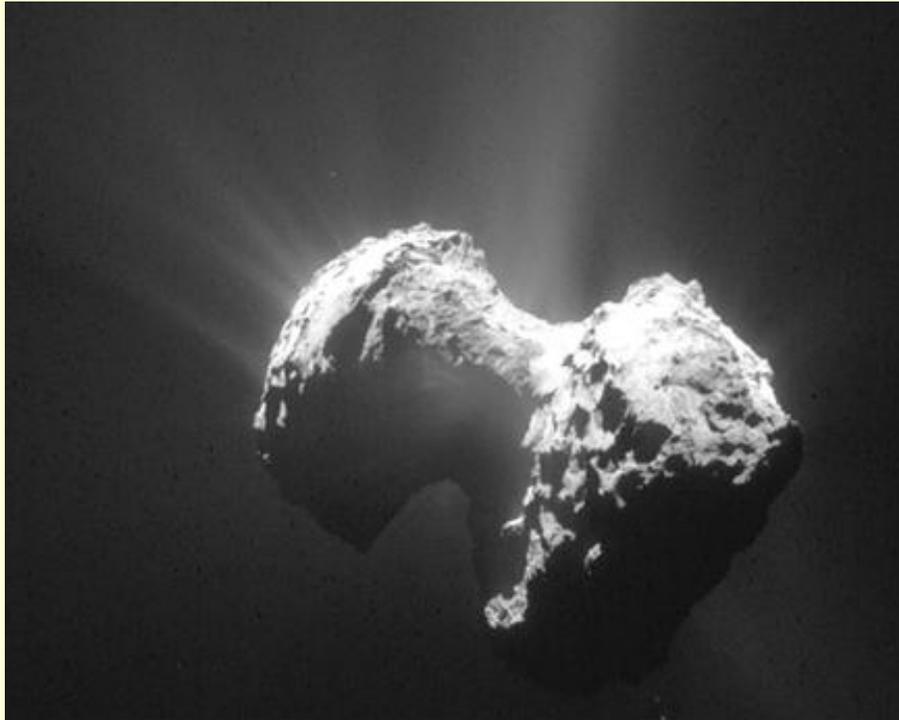
DES REMARQUES

* Plus l'astre est petit, plus la vitesse de libération est faible; plus la masse est grande, plus la vitesse de libération est grande.



* Pour une masse donnée, le rayon peut devenir aussi petit de telle sorte que la vitesse de libération atteigne la vitesse de la lumière; on a alors un trou noir.

SI VOUS ÉTIEZ SUR 67P



- ★ Si vous étiez sur Churyumov-Gerasimenko ou sur Phobos
- ★ Au moindre geste brusque vous quitteriez le sol et vous vous envoleriez aux confins de l'Univers.
- ★ Pensez à Philae!
Les harpons n'ont pas déclenché!

- ★ Vous avez entendu parler des **météorites "martiennes"**, est-ce possible?
- ★ Et bien oui théoriquement, car on sait qu'après un choc provenant d'un astéroïde sur la surface de Mars, les pierres composant le sol peuvent être projetées avec une vitesse de 5km/s sans être vaporisées dans l'atmosphère, or ces 5km/s sont la vitesse de libération de Mars, c'est donc théoriquement possible qu'elles atterrissent sur Terre.



ATMOSPHÈRES PLANÉTAIRES

Photo ©Calvin Hamilton



- * Atmosphère, atmosphère...comme dirait quelqu'un de connu...
- * Qu'est ce qui caractérise une atmosphère de planète?
- * C'est un mélange gazeux par principe. Il est défini principalement par sa composition, par sa pression et sa température (liées ensemble d'ailleurs).

TEMPÉRATURE

- * Comment définit-on la température d'un gaz (et plus généralement d'un corps)? C'est une mesure de l'état des mouvements des particules, c'est à dire de leur vitesse.
- * Les particules dans un gaz chaud se déplacent plus rapidement que dans un gaz froid, au zéro absolu même, c'est le repos total. Si vous vous reportez à vos livres de **thermodynamique des gaz**, vous vous rappelez certainement que la vitesse moyenne des particules de gaz est liée à la température et à la masse moléculaire par la formule suivante :

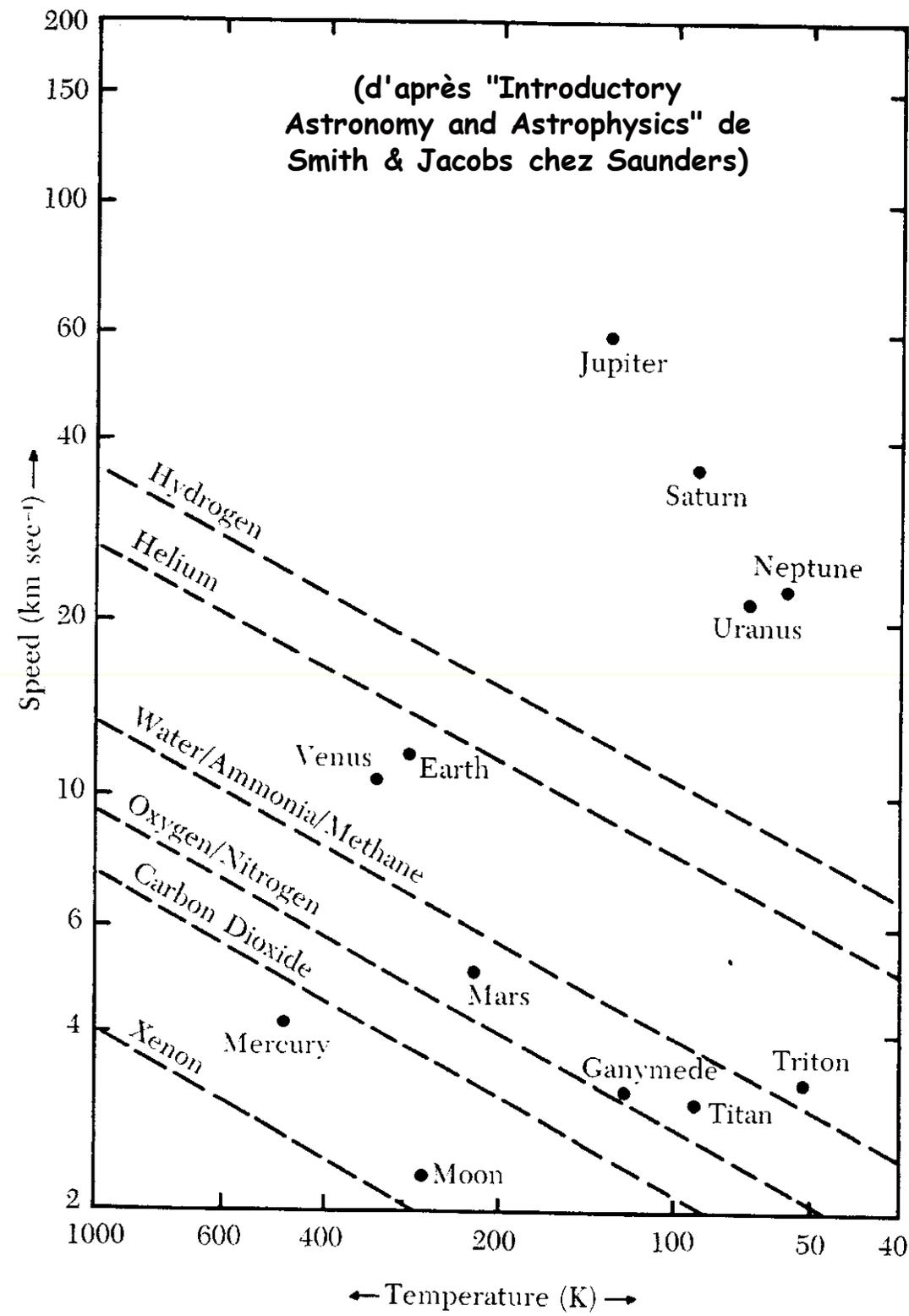
$$V_{gaz} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

- * où k est la constante de Boltzmann.

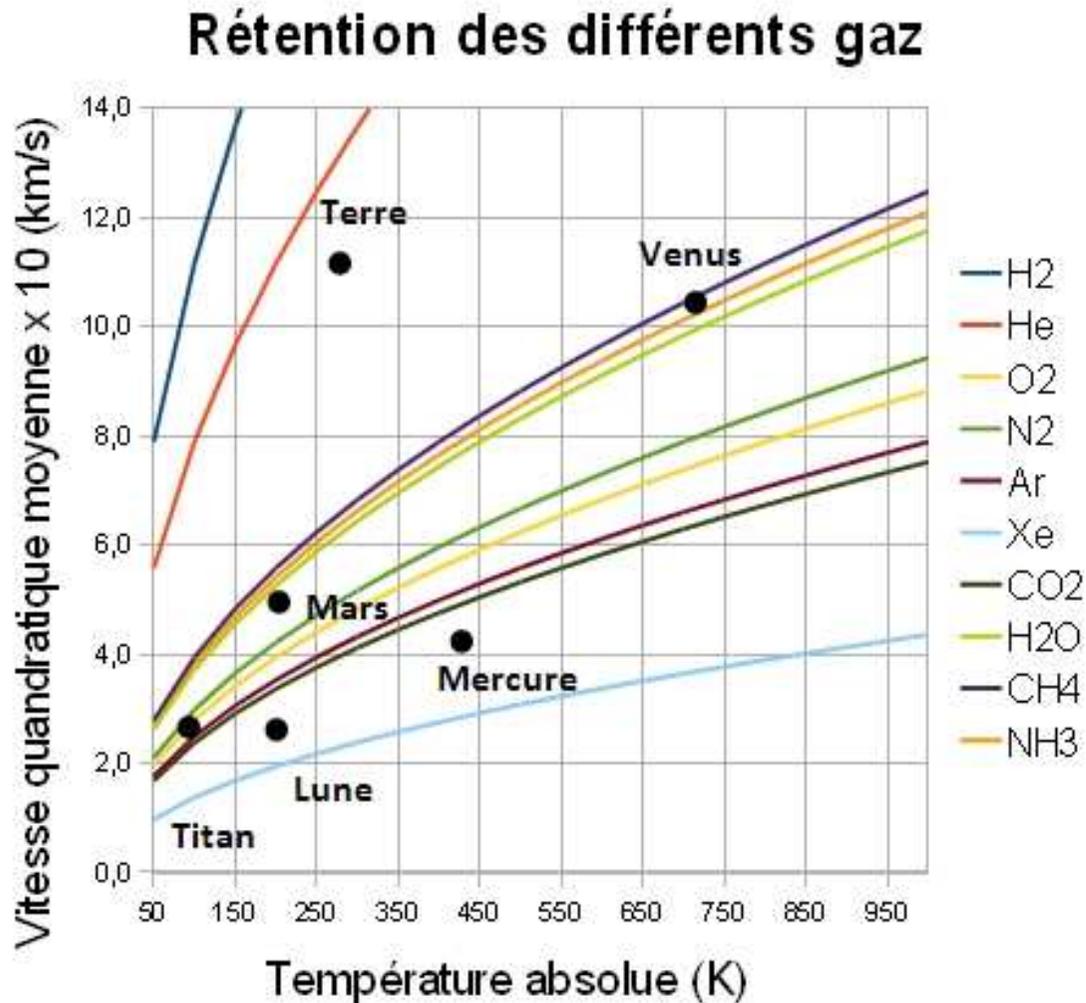
MAIS OÙ VEUT-IL EN VENIR?



- * Que se passe-t-il si la vitesse moyenne des composants formant l'atmosphère d'une planète de température moyenne T , est supérieure ou du même ordre de grandeur que la vitesse de libération de cette planète??? Et bien oui, vous avez raison, **l'atmosphère a tendance à s'échapper**. Voilà pourquoi votre fille est muette et pourquoi la Lune n'a pas d'atmosphère par exemple. Mais revoyons tout cela en détail.
- * Les températures moyennes de surface des différents corps du système solaire sont connues, à partir de ces valeurs on peut calculer pour chaque type de gaz la vitesse moyenne de ses molécules. On dira en première approximation que les différents gaz peuvent s'échapper avec certitude du corps considéré si 10 fois cette vitesse est supérieure à la vitesse de libération du corps considéré.



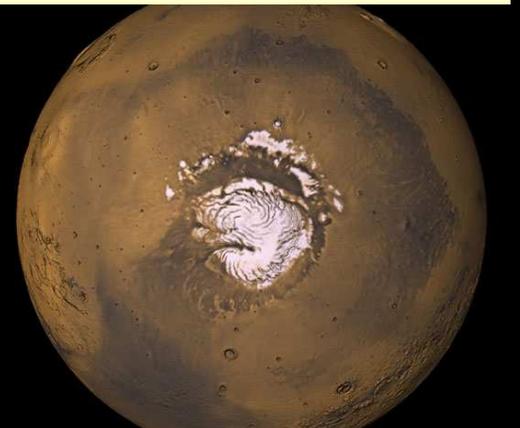
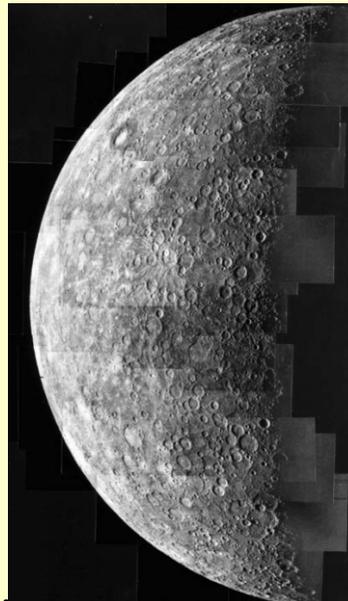
- ★ Tableau II représentant la rétention des différents gaz : vitesse moléculaire x10 en fonction de la Température de surface pour différents astres.
- ★ Un corps ou planète ne peut retenir un gaz considéré que s'il est situé AU-DESSUS ou dans le voisinage de la courbe du gaz correspondant. Autrement dit, tous les gaz situés AU DESSUS des planètes ou corps considérés se sont progressivement ÉCHAPPÉS.

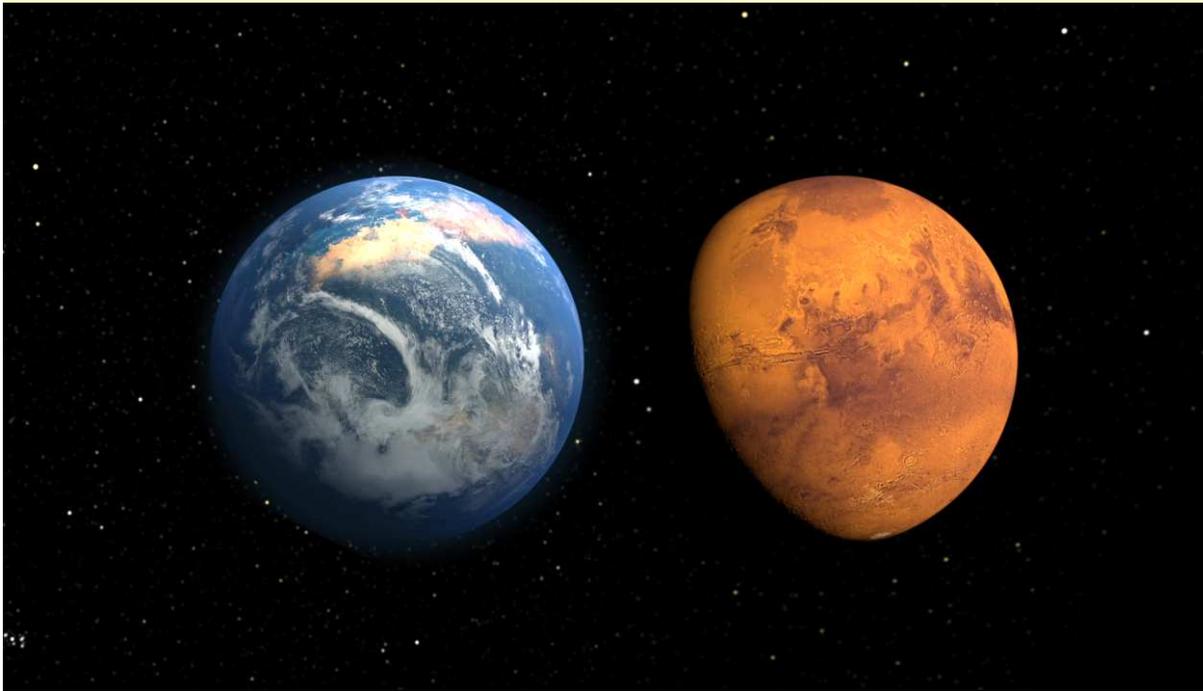


★ Tableau II représentant la rétention des différents gaz : vitesse moléculaire x10 en fonction de la Température de surface pour différents astres.

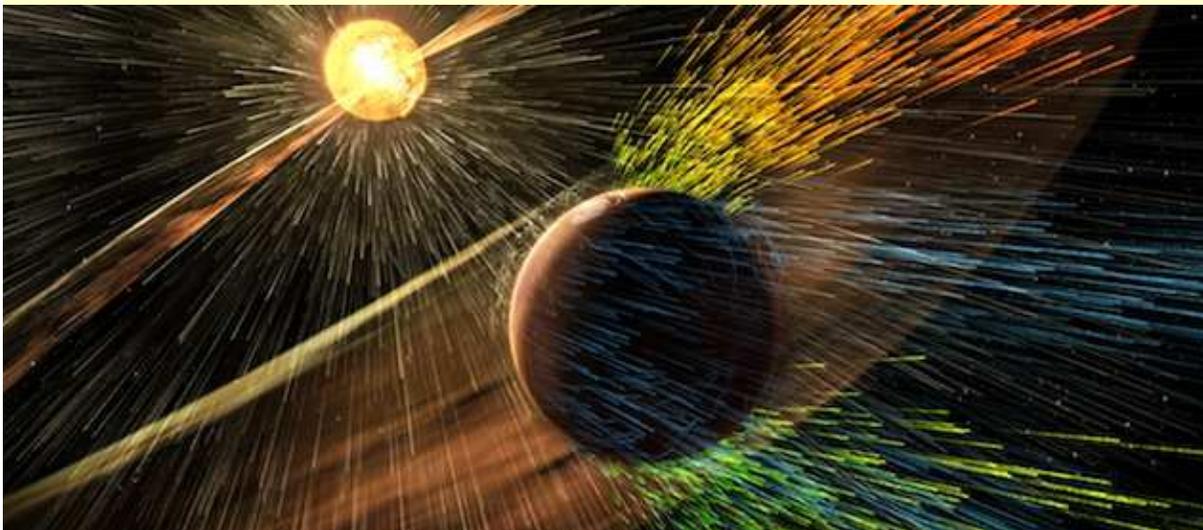
★ Un corps ou planète ne peut retenir un gaz considéré que s'il est situé AU-DESSUS ou dans le voisinage de la courbe du gaz correspondant. Autrement dit, tous les gaz situés AU DESSUS des planètes ou corps considérés se sont progressivement ÉCHAPPÉS.

- ★ On voit immédiatement que la Lune et Mercure sont situées au-dessous de tous les gaz intéressants et que donc elles ne PEUVENT PAS avoir d'atmosphère. Elles ont en fait perdu leur atmosphère primitive en quelques centaines d'années. (Pression sur la Lune = 10^{-14} atm!!! Le vide parfait)
- ★ Mars, Ganymède, Titan et Triton ont la possibilité d'avoir une atmosphère de CO_2 , d'Oxygène ou d'azote; Triton peut même avoir du Méthane ou de l'Ammoniaque. Par contre ils ont perdu leur H et He primitifs.

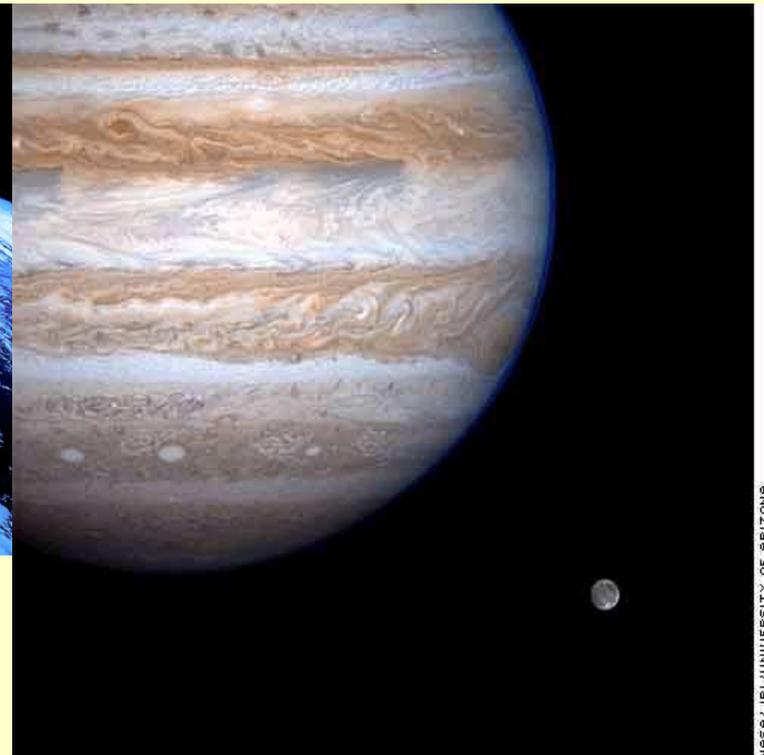




- ★ Pour Mars, la faible gravité n'est pas le seul facteur
- ★ Trop petite, elle s'est refroidie vite et son champ magnétique s'est arrêté
- ★ Le vent solaire a fait le reste!



- ★ Venus et la Terre ont des valeurs bien au-dessus de ce qui est nécessaire pour retenir une atmosphère, ce qui est le cas. Par contre on comprend pourquoi elles ont perdu leur H et Hélium.
- ★ On voit aussi que les planètes géantes gazeuses retiennent principalement leur atmosphère primitive d'Hydrogène et d'Hélium.

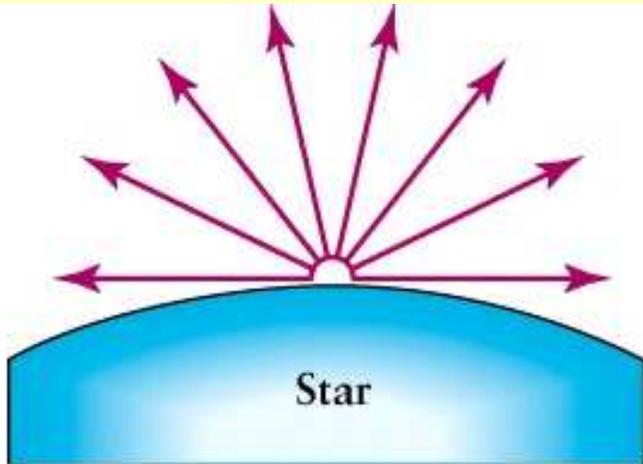


ET POUR QUITTER LE SYSTÈME SOLAIRE?



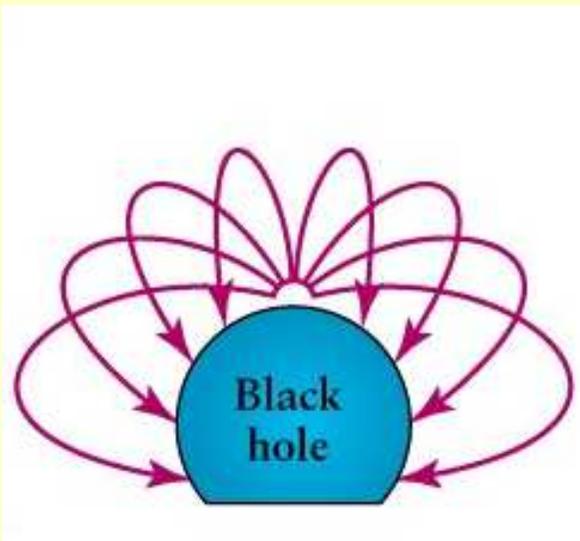
- * À la distance de la Terre, si on veut lancer un satellite qui s'échappe de l'attraction solaire
- * La vitesse dépend d'où vous démarrez, de la terre 42 km/s
- * <https://space.stackexchange.com/questions/3612/calculating-solar-system-escape-and-sun-dive-delta-v-from-lower-earth-orbit>
- * La vitesse de libération d'un corps quittant le système solaire, dite aussi troisième vitesse cosmique (third cosmic velocity), est de l'ordre de 16,6 kilomètres par seconde par rapport à un repère inertiel géocentrique.

LES TROUS NOIRS



* Au XVIII^{ème} siècle l'Anglais John Michell et le Français Pierre Simon de Laplace se sont intéressés au concept de vitesse de libération de la théorie de Newton sur la gravitation.

* Ils se demandèrent ce qui pouvait se passer si l'astre devenant si petit et si dense, la vitesse de libération atteignait la vitesse de la lumière.

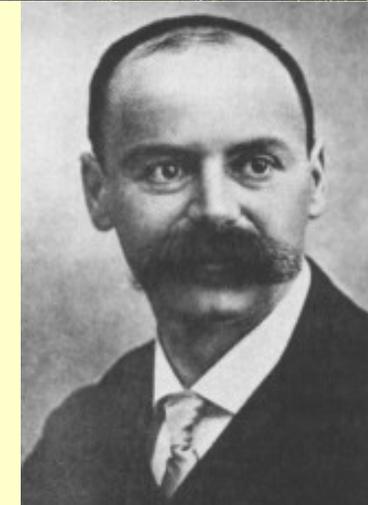
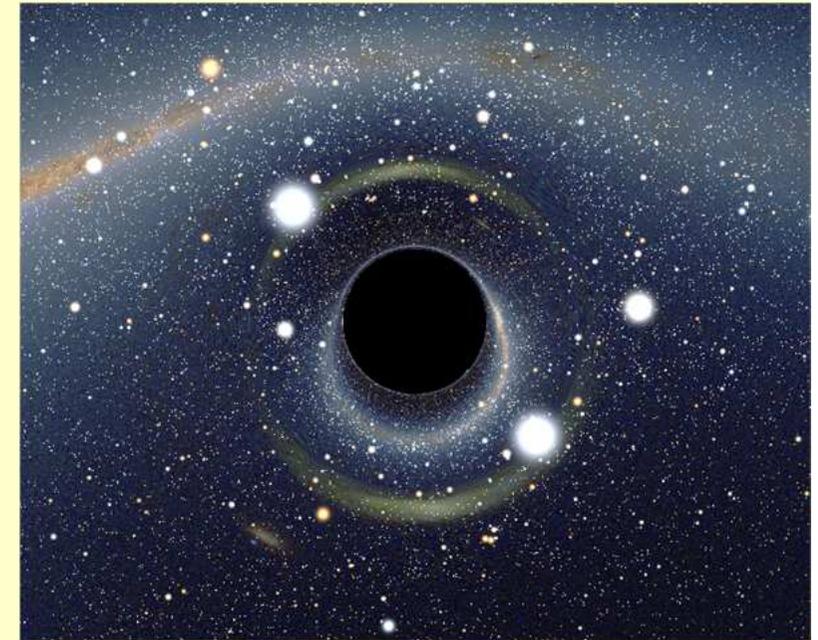


* Ils en conclurent (incroyable pour l'époque!) que rien ne pouvait plus s'échapper et notamment la lumière.

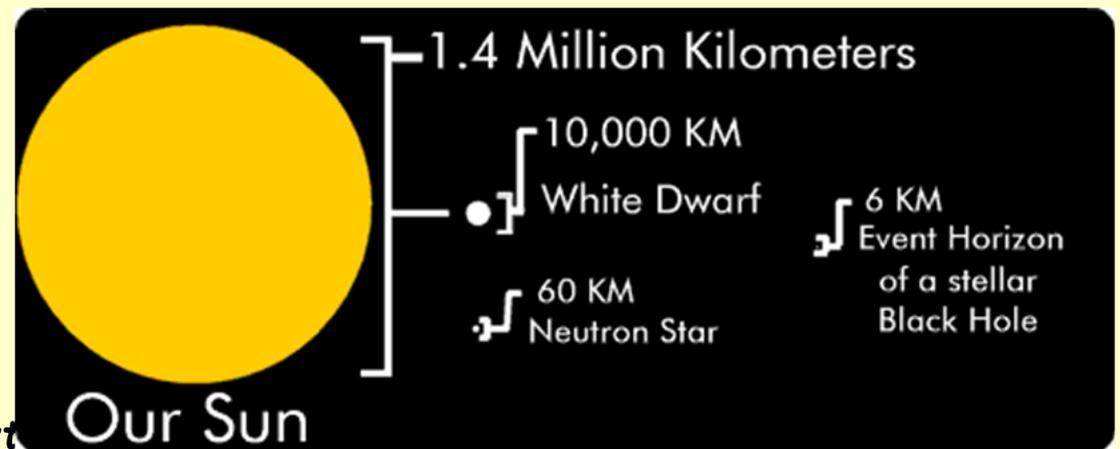
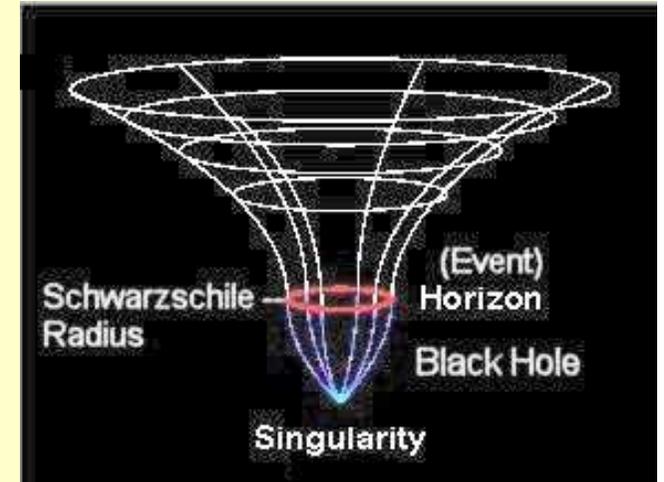
* Ce fut l'acte de naissance du concept de trou noir. Le nom a été donné beaucoup plus tard par le célèbre cosmologiste John Wheeler.

- * On voit bien dans le tableau I que pour un astre de même masse que le Soleil mais de rayon 3km, la vitesse de libération est de 300.000 km/s (Vitesse de la lumière).
- * De même pour une masse donnée, le rayon limite qui aboutit à une vitesse de libération de 300.000km/s est appelé **RAYON DE SCHWARZSCHILD**.
- * Pour les matheux, il est bien évident que :

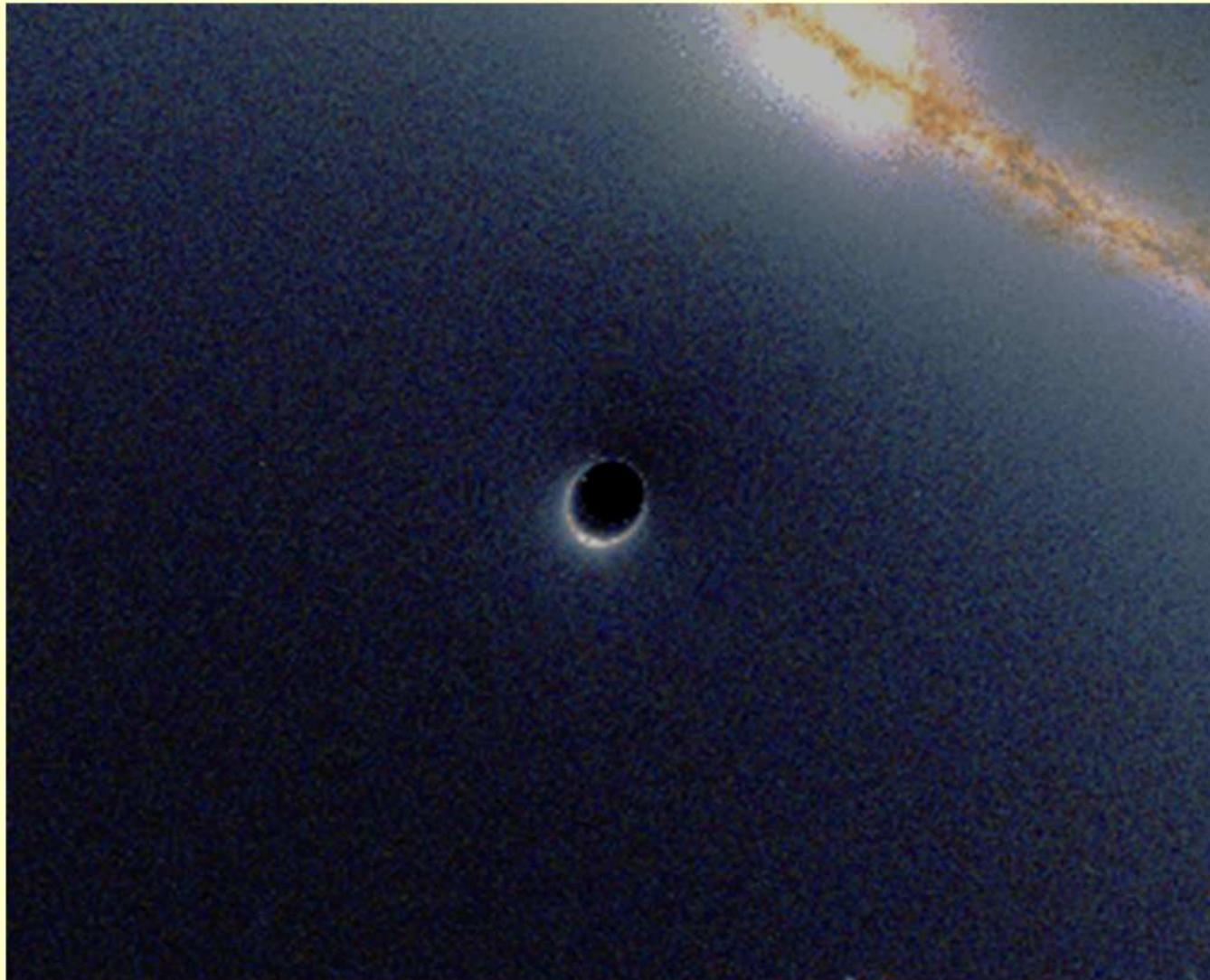
$$R_{sch} = (2 G M) / c^2$$



- * Quel serait donc le rayon de Schwarzschild du Soleil? Avec
- * $M_{\text{soleil}} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- * on obtient **$R_s = 3 \text{ km!!}$**
- * Si le soleil avait 3km de rayon avec la même masse, ce serait un trou noir, mais les planètes continueraient à ressentir sa gravité et tourneraient toujours autour.
- * Et la Terre? $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- * On obtient **$R_s = \text{approx } 1\text{cm!!}$**

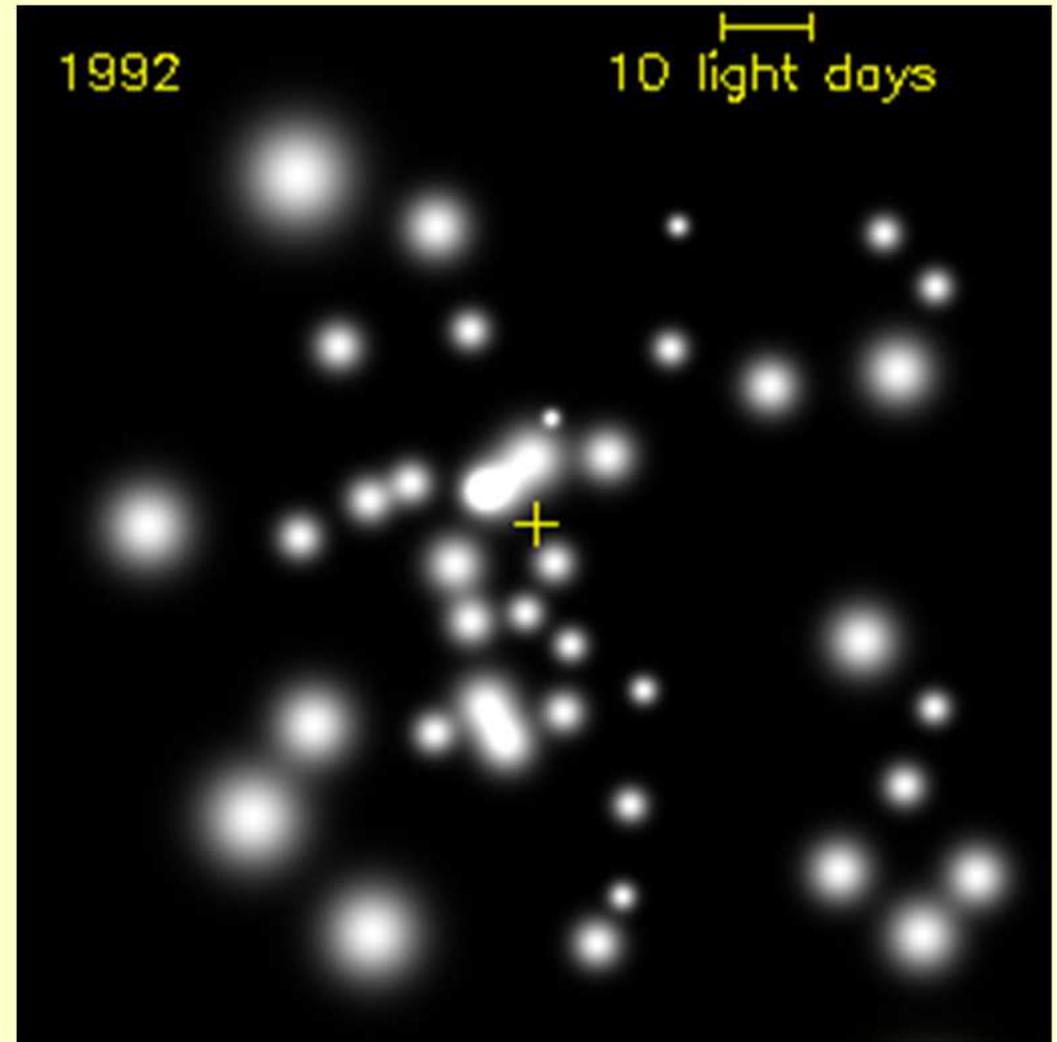


- ★ Pour le Soleil on vient de voir qu'il est de 3km
- ★ Pour le trou noir situé au centre de notre Galaxie ayant pour masse de plus de 3 millions de masses solaires, le rayon de Schw. est de 60 UA.
- ★ On peut voir cela aussi autrement, cela veut dire que par exemple, une étoile de masse équivalente à celle du Soleil DEVIENDRA un trou noir, si son rayon est ramené à 3km etc..
- ★ Tous les corps ont un rayon de Schwarzschild : la Terre : 1cm; un homme (!) : 10^{-25} m etc.
- ★ Pour votre information, la sphère ayant pour rayon le rayon de Schwarzschild est appelée "**horizon**" du trou noir.(event horizon en anglais)



★ Les Trous Noirs déforment l'espace temps

- ★ Cadeau : le TN au centre de notre Galaxie
- ★ ! Ce n'est PAS une animation, c'est le relevé réel de mouvements d'étoiles. On voit un ballet d'étoiles qui suivent des orbites Képlériennes, on en déduit le point autour duquel elles tournent, il est invisible, sa masse serait de quelques millions de masses solaires, c'est un trou noir géant, celui qui est au centre de notre galaxie (comme de la plupart des galaxies).
- ★ C'est Sgr A*.



I'LL BE SEEING YOU*

* c'est fini pour aujourd'hui

